

E12. Mostek Wheatstona – wyznaczenie oporu właściwego

Marek Pękała

Wstęp

Zgodnie z prawem Ohma natężenie I prądu płynącego przez przewodnik / opornik jest proporcjonalne do napięcia U przyłożonego do jego końców. Odwrotność współczynnika proporcjonalności nazywa się **oporem elektrycznym R** danego przewodnika:

$$I = U / R \quad (1)$$

Prawo Ohma stosuje się do tzw. oporników omowych, czyli głównie metali i stopów metalicznych, ale nie do lamp próżniowych, fotokomórek, półprzewodników itp. Opór elektryczny metali jest związany z rozpraszaniem elektronów przewodnictwa na atomach sieci krystalicznej, które powoduje zmniejszenie energii i pędu elektronów.

Do pomiaru oporu stosuje się mostek Wheatstona, do którego podłącza się znane oporniki. Pomiar wykonuje się przy zrównoważeniu mostka, tzn. gdy bardzo czuły miernik napięcia (galwanometru, woltomierza lub amperomierza) wskazuje zero napięcia pomiędzy odpowiednimi punktami mostka. Mostek umożliwia pomiar oporu w szerokim zakresie: od $m\Omega$ do $M\Omega$.

Dokładność pomiaru oporu elektrycznego ($R_x = R_1$ – patrz dalej) przy pomocy mostka Wheatstona zależy od:

- dokładności użytych oporników (oporniki R_2 , R_3 i R_4),
- czułości wskaźnika równowagi mostka,
- oporu kontaktów i przewodów łączących,
- napięć termoelektrycznych powstających na złączu różnych przewodników.

W ustalonej temperaturze opór elektryczny przewodnika R zależy od jego długości L , pola przekroju poprzecznego S i charakterystycznego **oporu właściwego** (oporności właściwej) ρ danego materiału:

$$R = \rho \frac{L}{S} \quad (2)$$

Współcześnie mostki Wheatstona są stosowane do dokładnego pomiaru oporu elektrycznego, jak również do pomiaru wielkości nieelektrycznych wywołujących małe zmiany oporu elektrycznego, które zaburzają pierwotną równowagę mostka. Napięcie

nierównowagi między ramionami mostka jest miarą badanej wielkości nieelektrycznej. Układy mostkowe stosuje się np. w miernikach ciśnienia hydrostatycznego, miernikach próżni, w tensometrach mierzących naprężenia i w regulatorach temperatury. Po raz pierwszy mostkowy układ pomiarowy zastosował Charles Wheatstone (stąd nazwa) w roku 1843, lecz on był wcześniej (1833) zaproponowany przez Samuela Christie.

Cel

Celem ćwiczenia jest poznanie zasady pomiaru oporu elektrycznego mostkiem Wheatstone'a i wyznaczenie oporu właściwego kilku próbek.

Wymagania

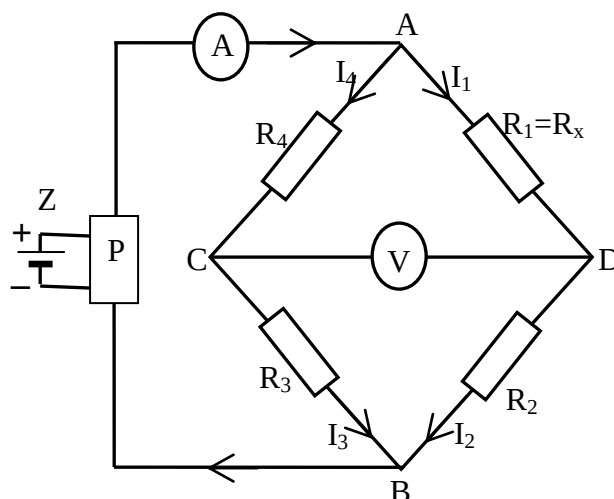
prąd elektryczny, potencjał, napięcie, natężenie prądu,
budowa i warunki równowagi mostka Wheatstone'a
opór omowy, opór właściwy
prawa Ohma i Kirchhoffa

Literatura

D. Halliday, R. Resnick, Fizyka, tom II, PWN
E.M. Purcell, Elektryczność i magnetyzm, Kurs berkeleyjski tom II, PWN.
D. Halliday, R. Resnick, J. Walker, Podstawy fizyki, tom III, PWN
W. Bogusz, J. Garbarczyk, F. Krok, Podstawy fizyki, Oficyna Wydawnicza Politechniki Warszawskiej
K. Zboiński, Laboratorium z fizyki, Liber.

Mostek Wheatstona

Mostek Wheatstona (Rys. 1) zawiera 4 oporniki: nieznaną opornik, np. $R_1 = R_x$ oraz znane oporniki R_2 , R_3 i R_4 , umieszczone w czterech ramionach mostka. Mostek zasilany jest stałym napięciem U z zasilacza. Na przekątnej mostka umieszczony jest i galwanometr G lub woltomierz V , który wskazuje zero napięcia, gdy układ jest zrównoważony.



Rysunek 1. Schemat elektryczny mostka Wheatstona; Z – zasilacz, P – przełącznik, A, V (w kółku) – amperomierz, woltomierz, $R_{1,2,3,4,x}$ – opory, $I_{1,2,3,4}$ – prądy.

Pomiędzy punktami A i B prąd I rozdziela się i płynie równolegle w obu gałęziach ACB i ADB. Spadek napięcia U_{CD} między punktami C i D jest równy

$$U_{CD} = U_{AC} - U_{AD} = I_4 R_4 - I_1 R_X = \frac{U R_4}{R_3 + R_4} - \frac{U R_X}{R_X + R_2} = U \frac{R_2 R_4 - R_X R_3}{(R_X + R_2)(R_3 + R_4)} \quad (3)$$

gdzie I_i oznacza prąd płynący przez opornik R_i . W stanie równowagi potencjały elektryczne w punktach C i D powinny być jednakowe, zatem galwanometr powinien wskazywać zero. We wzorze (3) napięcie U_{CD} jest równe zero, gdy zeruje się licznik powyższego ułamka. Wtedy nieznan opornik $R_X = R_1$ i znane oporniki wzorcowe R_2 , R_3 i R_4 spełniają warunek

$$R_2 R_4 - R_X R_3 = 0 \quad (4)$$

Stąd wynika, że nieznan opór R_X jest równy

$$R_X = R_1 = R_2 \frac{R_4}{R_3} \quad (5)$$

W dokładnych pomiarach laboratoryjnych stan równowagi mostka Wheatstona osiąga się zmieniając R_2 , np. przy pomocy opornika dekadowego, przy ustalonym stosunku R_4/R_3 . Gdy stosunek R_4/R_3 , który wyznacza zakres pomiarowy, jest równy np. $10^{\pm N}$, opór R_X można łatwo obliczyć z odczytanej wartości R_2 .

Warto zauważyć, że zgodnie z prawami Kirchhoffa w stanie równowagi mostka odpowiednio równe są napięcia $U_{AC} = U_{AD}$ i $U_{CB} = U_{DB}$ oraz prądy $I_1 = I_2$ i $I_3 = I_4$.

Pomiary

Wyniki wszystkich pomiarów muszą być opatrzone odpowiednimi jednostkami, podpisane przez asystenta i dołączone do sprawozdania.

1. -Układ pomiarowy należy zmontować na płycie montażowej zgodnie z Rys. 1 łącząc zasilacz, amperomierz, oporniki dekadowe R_2 , R_3 i R_4 i zmiennozakresowy woltomierz V, który jest wskaźnikiem równowagi mostka.

- Do gałęzi AD włącza się wskazany przez asystenta nieznan opornik $R_X = R_1$, zamontowany na płycie.

- Wartości oporników dekadowych R_4 i R_3 należy ustawić w zakresie od 100Ω do $10 \text{ k}\Omega$ wybierając stosunek oporów R_4/R_3 , np. $\frac{1}{2}$, 1, 2...

- W woltomierzu należy wybrać zakres 10 V lub sąsiedni.

2. Natężenie prądu I zmierzonego amperomierzem należy ustalić w zakresie od 3 do 5 mA regulując napięcie zasilacza.

3. Mostek Wheatstona należy doprowadzić do stanu równowagi, czyli $U_{CD} \approx 0$, zmieniając opór R_2 przy ustalonym stosunku oporów R_4/R_3 , np. $\frac{1}{2}$, 1, 2...

- Następnie przechodząc na niższe zakresy woltomierza należy ponownie zrównoważyć mostek.

- Delikatnie regulując napięcie zasilacza należy przywrócić początkowe natężenie prądu I z dokładnością do ± 0.1 mA lub lepszą.

- Zmieniając przełącznikiem P (na płycie) kierunek przepływu prądu (+/-) należy ponownie zrównoważyć mostek i odczytać R_2 .

- Odczytując wartości R_2 odpowiadające obu kierunkom prądu trzeba oszacować dokładność / błąd pomiaru ΔR_2 jako różnicę obu wartości R_2 .

4. Natężenie prądu należy zwiększyć do ok. 6 do 11 mA i powtórzyć czynności 3.

5. Natężenie prądu należy zwiększyć do ok. 12 do 15 mA i powtórzyć czynności 3.

6. Należy włączyć następny badany opornik $R_X = R_1$ wskazany przez asystenta i wykonać czynności od 3 do 5.

7. Należy zapisać klasę oporników dekadowych R_2 , R_3 i R_4 .

8. Należy zmierzyć opór przewodów łączących mostek z płytką oporników, żeby ewentualnie odjąć go od wartości zmierzonej lub wykorzystać w dyskusji błędów pomiarowych.

9. Wybierając jeden ze zmierzonych oporników o wyższym oporze oraz natężenie $I \approx 10$ mA należy wykonać pomiary oporu R_X przy stałym stosunku $R_4/R_3 = 1$, gdy opory $R_4 = R_3$ są równe odpowiednio, np. 1 M Ω , 100 k Ω , 10 k Ω , 1 k Ω , 100 Ω , 10 Ω , 1 Ω i oszacować dokładność pomiaru ΔR_2 .

10. Wybierając ten sam opornik R_X i natężenie I , co w punkcie 9, oraz jeden opornik R_4 w zakresie od 100 Ω do 10 k Ω należy wykonać pomiary oporu R_X dla kilku stosunków R_4/R_3 , np. 1/10, 1/5, $\frac{1}{2}$, 1, 2, 5, 10 i oszacować dokładność pomiaru ΔR_2 , jak w punkcie 9.

Propozycja zapisu wyników:

Numer próbki, symbol próbki, natężenie prądu I [mA], kierunek prądu +/-, opory $R_2 \pm \Delta R_2$ [Ω], R_3 [Ω] i R_4 [Ω] – w stanie równowagi, obliczony opór $R_X \pm \Delta R_X$ [Ω].

Opracowanie wyników

Opracowane wyniki należy zebrać w tabeli pokazującej w kolumnach następujące parametry: numer próbki, symbol próbki, zmierzony opór $R_X \pm \Delta R_X$, długość przewodu L , średnica przewodu D , **czynn timer geometryczny $G = S/L$** , opór właściwy $\rho \pm \Delta \rho$.

1. Oszacowanie błędu pomiaru oporu ΔR_X .

Wpływ oporników R_2 , R_3 i R_4 na dokładność pomiaru oporu R_X można określić stosując metodę różniczeki zupełnej do równania (5)

$$\Delta R_X = \Delta R_2 \frac{R_4}{R_3} + \Delta R_4 \frac{R_2}{R_3} + \Delta R_3 \frac{R_2 R_4}{R_3^2} \quad (6)$$

gdzie ΔR_2 jest błędem pomiaru oporu R_2 . Dzieląc obie strony (6) przez $R_X = R_2 R_4 / R_3$ znajdujemy, że maksymalny względny błąd wynosi:

$$\frac{\Delta R_X}{R_X} = \pm \left(\left| \frac{\Delta R_2}{R_2} \right| + \left| \frac{\Delta R_3}{R_3} \right| + \left| \frac{\Delta R_4}{R_4} \right| \right) \quad (7)$$

Główny wkład do względnego błędu oporu $\Delta R_X / R_X$ wnosi zmierzony względny błąd $\Delta R_2 / R_2$. Mniejszy wkład wnoszą małe względne błędy oporników $\Delta R_i / R_i$ ($i = 3, 4$) określone przez klasę użytych oporników wyrażoną w % i odczytaną w punkcie 7.

Jak należy dobrać klasy oporników R_2 , R_3 i R_4 , aby względny błąd $\Delta R_X / R_X$ był najmniejszy?

2. **Wpływ wartości oporów R_4 i R_3 na dokładność pomiaru ΔR_X** (punkt 9) można pokazać w tabeli (R_4 , ΔR_X) lub na wykresie (np. ΔR_X w funkcji $\log R_4$) i skomentować porównując wartości ΔR_X odpowiadające wysokim i niskim oporom R_4 .

3. **Wpływ stosunku oporów R_4 / R_3 na dokładność pomiaru ΔR_X** (punkt 10) można pokazać w tabeli (R_4 / R_3 , ΔR_X) lub na wykresie (np. ΔR_X w funkcji $\log(R_4 / R_3)$) i skomentować porównując wartości ΔR_X odpowiadające stosunkom oporów $R_4 / R_3 \approx 1$ oraz $R_4 / R_3 \gg 1$.

4. Obliczenie oporu właściwego

Zgodnie z równaniem 2 dla każdego badanego opornika należy obliczyć opór właściwy

$$\rho = \frac{R_x S}{L} \quad (9)$$

i oszacować błąd oporu właściwego $\Delta\rho$ przy pomocy różniczki zupełnej.

5. Porównując wyznaczony opór właściwy z danymi literaturowymi można określić, z jakiego stopu oporowego lub metalu wykonano badany opornik.

Wnioski

Przy jakim przybliżonym stosunku oporów $R_1 = R_x$, R_2 , R_3 i R_4 pomiar oporu R_x jest najdokładniejszy?

Jak i dlaczego natężenie prądu wpływa na dokładność pomiaru oporu przy pomocy mostka?

Jaki powinien być stosunek oporu przewodów łączących do oporu ramion mostka, żeby zmniejszyć błędy pomiarowe?

Pytania kontrolne

1. Uproszczony schemat mostka Wheatstone'a.
2. Przy jakich wartościach oporów R_x , R_2 , R_3 i R_4 dokładność pomiaru mostkowego jest najlepsza?
3. Jaki jest stosunek natężeń prądów w ramionach ACB i ADB w zrównoważonym mostku Wheatstone'a?
4. W jakim celu zmienia się kierunek prądu w obwodzie mostka (tzw. komutacja)?
5. Co ogranicza zakres pomiarowy mostka Wheatstone'a od dołu i od góry?

Parametry oporników

nr	Symbol L(m) – D(mm)	długość L(m)	średnica D(mm)
1	7-0.09	7	0.09
2	6-0.09	6	0.09
3	4-0.09	4	0.09
4	30-0.15	30	0.15
5	23-0.15	23	0.15
6	8-0.08	8	0.08
7	4-0.08	4	0.08
8	2-0.08	2	0.08
9	9-0.14	9	0.14
10	5-0.14	5	0.14
11	1-0.14	1	0.14
12			
13			
14	9-0.05	9	0.05
15	3-0.05	3	0.05
16	5-0.1	5	0.1
17			
18			
19	6-0.25	6	0.25
20	3-0.25	3	0.25