

E13. Siła Lorentza – wyznaczenie stosunku e/m

Opracowała: Jadwiga Szydłowska

Wstęp

Elektrony umieszczone w polu magnetycznym oddziałują z nim jedynie jeśli są w ruchu. Zjawisko to jest wykorzystane do detekcji pola magnetycznego. Również dzięki obserwacji toru wiązki elektronów biegnących w polu magnetycznym możemy wyznaczyć stosunek ładunku elektronu e do jego masy m .

Cel

Celem ćwiczenia jest obserwacja toru wiązki elektronów przechodzących przez pole magnetyczne. Wyznaczenie stosunku ładunku elektronu do jego masy

Wymagania

prąd elektryczny, potencjał, napięcie, natężenie prądu,
siła, przyspieszenie, ruch po okręgu,
pole magnetyczne, prawo ampera, siła Lorentza

Literatura

D. Halliday, R. Resnick, Fizyka, tom II, PWN

E.M. Purcell, Elektryczność i magnetyzm, Kurs berkeleyjski tom II, PWN.

Elektron w polu magnetycznym

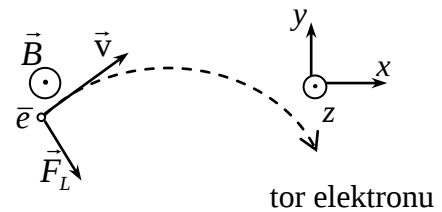
Gdy elektron porusza się w polu magnetycznym, działa na niego siła Lorentza $\vec{F}_L$, która jest prostopadła do wektora prędkości $\vec{v} = [v_{\perp x}; v_{\perp y}; v_B]$ i kierunku pola magnetycznego $\vec{B} = [0; 0; B]$. W rozważaniach matematycznych kierunek pola magnetycznego ustala położenie osi z układu współrzędnych:

$$\vec{F}_L = e \cdot \vec{v} \times \vec{B} \quad (1)$$

gdzie e jest ładunkiem elektronu oraz $v_{\perp x}, v_{\perp y}$ są składowymi prędkości prostopadłymi i do pola $\vec{B}$, a v_B składową równoległą. Siła Lorentza nie ma składowej równoległej ani do wektora prędkości ani do wektora pola, czyli:

$$\vec{F}_L = [F_x; F_y; 0] = [v_y B; v_x B; 0].$$

Prędkość poruszającego się elektronu może zmieniać się tylko w kierunku działającej siły i, ponieważ siła jest prostopadła do prędkości, w tym przypadku zmieniają się tylko składowe prędkości w płaszczyźnie xy . Jednocześnie moduł składowej prędkości prostopadłej do pola $|\vec{v}_{\perp}|$ pozostaje stały. Siła Lorentza staje się siłą dośrodkową, czyli:



Rysunek 1.

$$\begin{aligned} m\vec{a}_d &= \vec{F}_L \\ m|\vec{a}_d| &= |\vec{F}_L|, \text{ oraz } |\vec{F}_L| = B\sqrt{v_{\perp x}^2 + v_{\perp y}^2} = Bv_{\perp} \\ m\frac{v_{\perp}^2}{r} &= ev_{\perp}B \quad \text{czyli} \\ m\frac{v_{\perp}}{r} &= eB \end{aligned} \tag{2}$$

gdzie m – masa elektronu, a_d – przyspieszenie dośrodkowe $|\vec{a}_d| = \frac{v_{\perp}^2}{r}$ oraz r – promień okręgu, po którym porusza się elektron.

Jeżeli elektron porusza się z prędkością, która oprócz składowej prostopadłej, $v_{\perp}$, do pola magnetycznego posiada również składową równoległą, v_B , to ta składowa nie ulega zmianie i elektron porusza się po linii spiralnej.

W ćwiczeniu elektrony emitowane są przez działło elektronowe umieszczone w lampie próżniowej i jednocześnie są przyspieszane w polu elektrycznym do różnicy potencjałów U . Przy wyjściu uzyskują prędkość v , która wynika z zasady zachowania energii:

$$\frac{mv^2}{2} = e \cdot U \quad \text{czyli} \quad (3)$$

$$|v| = \sqrt{\frac{2eU}{m}}$$

Staramy się ustawić lampę tak aby kierunek wyemitowanych elektronów był prostopadły do kierunku pola magnetycznego, tzn. $|\vec{v}| = v_{\perp}$, wówczas wiązka elektronów będzie poruszać się po kole. Podstawiając zależność (3) do (2) mamy:

$$m \frac{\sqrt{2eU}}{r\sqrt{m}} = eB \quad \text{czyli} \quad (4)$$

$$\frac{e}{m} = \frac{2U}{r^2 B^2}$$

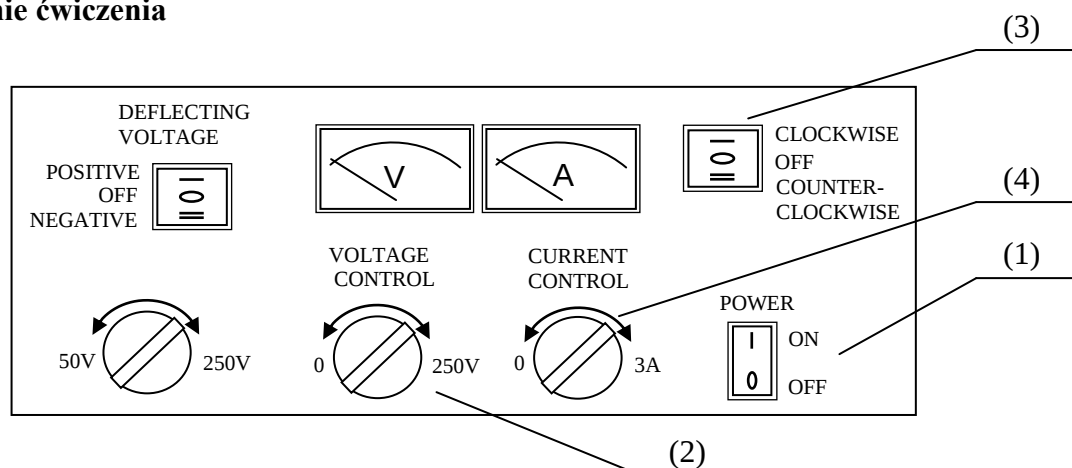
Jest to wyrażenie umożliwiające określenie ilorazu ładunku elektronu do jego masy. Wartość e/m jest jedną z ważniejszych stałych w fizyce.

W celu wyznaczenia tej stałej wytwarza się w lampie próżniowej wypełnionej argonem wiązkę elektronów. Widać ją jako zielonkawo świecąca smugę światła, która może przyjmować różne kształty, ale w naszym przypadku powinna zakreślać pełny okrąg. Lampa wstawiona jest w układ cewek Helmholtz'a, który w obszarze pomiędzy cewkami daje mniej więcej stałe pole magnetyczne. Pole magnetyczne jest proporcjonalne do ilości zwojów cewek, ich średnicy itp. oraz prądu I płynącego w cewkach tak, że $B \sim I$ (prawo Ampera). Po uwzględnieniu wszystkich czynników związanych z geometrią użytego układu oraz zamianie promienia r obserwowanej pętli na jej średnicę D wyrażenie (4) należy pomnożyć przez pewną stałą. W naszym przypadku jest to $7,656 \cdot 10^6$

$$\frac{e}{m} = 7.656 \cdot 10^6 \frac{U}{D^2 I^2} [C/kg]. \quad (5)$$

W tych obliczeniach średnicę pętli należy wyrazić w metrach.

Wykonanie ćwiczenia



Rysunek 2. Widok płyty czołowej zasilacza lampy

Uwagi:

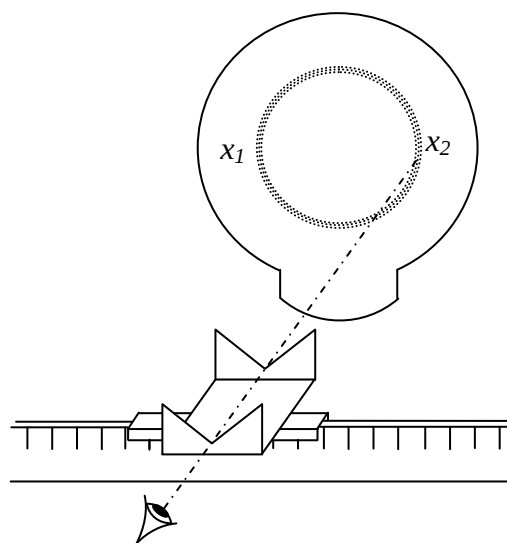
- Przed włączeniem zasilania lampy należy sprawdzić, czy wszystkie pokrętki są skrócone w lewo i czy przełączniki są ustawione w pozycji 'off'.
- Szkła lampy nie należy dotykać palcami.
- Lampa nie może pracować w sposób ciągły dłużej niż 45 min.

Uruchomienie przyrządu

Włączyć zasilanie przyciskiem (1) (Rysunek 2.). Zwiększać powoli pokrętkiem 'voltage control' (2) napięcie U przyspieszające wiązkę elektronów, aż do pojawienia się wyraźnego świecenia gazu. Widoczny ślad wiązki jest linią prostą. Lampa w takim ustawieniu nie powinna pracować zbyt długo. Przełącznik po prawej stronie (3) ustawiamy w pozycji 'clockwise'. Pokrętkiem 'current control' (4) zwiększamy prąd I płynący przez cewki Helmholtz'a, tym samym zwiększamy pole magnetyczne. Ślad wiązki elektronów zatacza łuk, aż do wytworzenia pełnego koła. Jeżeli tor elektronów kreśli spiralę, tzn. jego koniec nie spotyka się z początkiem, należy obrócić lampę dookoła osi, używając do tego uchwyty zamocowanego w podstawie lampy – nie dotykać szkła. Wraz ze zwiększaniem pola magnetycznego (a więc prądu) obserwowany okrąg zacieśnia się. Sugerowana maksymalna wartość prądu wynosi 2.2 A.

Wykonanie ćwiczenia

Przy ustalonej wartości napięcia U i zaczynając od największego prądu I wykonujemy pomiary średnicy okręgu. Linijkę (przerobiona suwmiarka) umocowaną na froncie przyrządu obniżamy do najniższego możliwego położenia. Jest ona umocowana na końcach w dwu uchwytych i przytrzymywana śrubkami. Za pomocą przesuwanego celownika zamontowanego na linijce wyznaczamy lewą krańcową pozycję x_1 okręgu, a potem, przesuwając celownik w prawo, krańcową pozycję x_2 z prawej strony. Położenie celownika dobieramy tak, aby wyznaczał on mniej więcej środek jasnej linii



Rysunek 3. Układ do pomiaru średnicy okręgu rysowanego przez poruszające się elektrony.

kreślonej przez elektrony. Zmniejszamy pole magnetyczne przez obniżanie prądu I i wykonujemy pomiar krańcowych położenia okręgu na prawo i lewo. Rozmiary jasno świecącego okręgu powiększają się, a więc należy stopniowo podnosić linijkę w uchwytych. Pomiary przeprowadzamy do momentu, gdy świecenie w lampie zacznie dotykać szkła lampy, lub będzie tak rozmyte, że trudno będzie znaleźć środek świecącej linii. Dla kilku ustalonych napięć przyspieszających U z przedziału od 80 do 250 V wykonujemy serie pomiarów zmniejszając prąd w cewkach od 2.2 A co np. 0.2 A. Z otrzymanych położenia x_1 i x_2 obliczamy średnice okręgu $D = x_2 - x_1$. Dla kilku (np. 3) wartości prądu I wykonujemy co najmniej po 5 pomiarów x_1 i x_2 i tylko dla tych pomiarów liczymy błąd Δx_1 i Δx_2 i dalej obliczamy błąd ΔD

Propozycja zapisu wyników:

Napięcie przyspieszające $U = .. [V]$, ΔU						
Prąd w cewkach $I [A]$, ΔI	Lewy kraniec okręgu, x_1 , [m] Δx_1	Prawy kraniec okręgu, x_2 , [m] Δx_2	Średnica okręgu, $D = x_2 - x_1$ [m] ΔD	$I^2 [A^2]$ $\Delta(I^2)$	$D^2 [m^2]$ $\Delta(D^2)$	$1/D^2$ [m ⁻²] $\Delta(1/D^2)$

Opracowanie wyników

Z otrzymanych wyników obliczamy wartości I^2 oraz $1/D^2$ i wstawiamy te wartości do tabeli.

Przekształcając zależność (5) do postaci:

$$\frac{1}{D^2} = \frac{1}{7.656 \cdot 10^6 U} \left(\frac{e}{m} \right) I^2$$

Wykreślamy $\frac{1}{D^2}(I^2)$ jako funkcję (I^2). Jest to linia prosta przechodząca przez punkt $(0,0)$, której tangens nachylenia a wynosi

$$a = \frac{1}{7.656 \cdot 10^6 \cdot U} \left(\frac{e}{m} \right)$$

Z narysowanych prostych wyznaczamy metodą najmniejszych kwadratów lub przez fitowanie w dostępnych programach współczynniki a oraz ich błąd Δa . Znając wartości a obliczamy szukaną stałą e/m .

$$\frac{e}{m} = 7.656 \cdot 10^6 U \cdot a$$

Oszacowujemy niepewność pomiarową $\Delta \left(\frac{e}{m} \right)$ metodą propagacji błędów pomiarowych uwzględniając niepewność Δa i ΔU . Porównujemy otrzymaną stałą e/m z wartościami tablicowymi.