

E3. ZJAWISKO REZONANSU W SZEREGOWYM OBWODZIE PRĄDU PRZEMIENNEGO

Jadwiga Szydłowska i Marek Pękała

Jednym z przykładów **układów drgających** jest układ elementów składający się z cewki L, kondensatora C i opornika R połączonych szeregowo. Jeżeli w takim zamkniętym obwodzie elektrycznym płynie prąd to jego wartość zmienia się sinusoidalnie w czasie. Również wartości napięcia na cewce i kondensatorze mają przebieg sinusoidalny. Częstość tych zmian jest charakterystyczna dla danego obwodu RLC i nazywa się **częstością własną**, która wynosi

$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$. Przykładem mechanicznych układów drgających jest np. wahadło matematyczne, struna czy sprężyna z dołączoną masą. Ruch mas w takich oscylatorach jest również periodyczny a częstości własne są równe np. w wahadle matematycznym $\omega_0 = \sqrt{\frac{g}{l}}$ czy

oscylatorze sprężynowym $\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$. Jednak oscylatory takie raz pobudzone nie drgają

nieskończenie długo – ich amplituda zmniejsza się i zanika. Powodem tłumienia jest rozproszenie energii wynikające z oporów ruchu lub oporu elektrycznego, które zawsze istnieją w rzeczywistych układach. Aby wytworzyć drgania niegasnące należy stale oscylator pobudzać. Równoważy to straty energii. W przypadku elektrycznego obwodu RLC podłącza się do niego siłę elektromotoryczną sinusoidalnie zmienną. Wynikiem tej operacji są **drgania wymuszone**. Z kolei częstość siły wymuszającej może być różna od częstości własnej obwodu. Gdy częstość siły elektromotorycznej zewnętrznej się różni od ω_0 , przebieg prądu i napięć na kondensatorze i cewce stanowi sinusoidę o częstości pobudzania, ale drganie jest przesunięte w fazie w stosunku do przebiegu napięcia zasilającego. Gdy częstość źródła zbliża się do częstości drgań własnych obwodu amplituda natężenia prądu gwałtownie wzrasta i przesunięcie fazowe zanika. Zjawisko to nosi nazwę **rezonansu** obwodu RLC. Jednocześnie amplituda napięcia na cewce lub kondensatorze jest bardzo duża i może przekraczać amplitudę napięcia na zasilaczu. Zjawisko to nazywa się **przepięciem**.

Elektryczne obwody rezonansowe są stosowane jako generatory drgań elektrycznych, więc między innymi jako nadajniki fal elektromagnetycznych. Równocześnie stanowią one obwody odbiorcze i są istotną częścią radioodbiorników, rezonansowych wzmacniaczy, stabilizatorów itp.

Cel

Celem ćwiczenia jest:

- wyznaczenie krzywych rezonansowych prądu w szeregowym obwodzie RLC;
- wyznaczanie współczynnika dobroci szeregowych obwodów RLC; wykazanie ich zależności od oporu obwodu;
- wyznaczanie parametrów

Wymagania

Prąd elektryczny zmienny sinusoidalnie: siła elektromotoryczna, potencjał, napięcie, natężenie, opór omowy, indukcyjny i pojemnościowy, zawada, częstość i częstotliwość. Prawo Ohma i prawa Kirchhoffa. Prawo indukcji Faradaya, SEM indukcji. Szeregowo obwody RLC zasilane napięciem zmiennym sinusoidalnie. Drgania elektryczne swobodne, tłumione i wymuszone, zjawisko rezonansu. Dobroć układu rezonansowego. Podstawy liczb zespolonych.

Literatura

D. Halliday, R. Resnick, Fizyka, tom II, PWN

E.M. Purcell, Elektryczność i magnetyzm, Kurs berkeleyjski tom II, PWN.

D. Halliday, R. Resnick, J. Walker, Podstawy fizyki, tom III, PWN

W. Bogusz, J. Garbarczyk, F. Krok, Podstawy fizyki, Oficyna Wydawnicza Politechniki Warszawskiej

S. Szczeniowski, Fizyka doświadczalna cz. III, PWN.

K. Zboński, Laboratorium z fizyki, Liber.

Część teoretyczna – wyprowadzenie zależności

Rozważmy obwód szeregowy, złożony z opornika R , cewki indukcyjnej L i kondensatora C zasilany zmienną sinusoidalnie siłą elektromotoryczną $\mathcal{E}_0$. Korzystając z II prawa Kirchhoffa można zapisać rozkład napięć w tym obwodzie:

$$\begin{aligned} U_R + U_L + U_C &= \mathcal{E} \\ U_R &= IR, U_L = L \frac{dI}{dt}, U_C = \frac{Q}{C} \end{aligned} \quad (1)$$

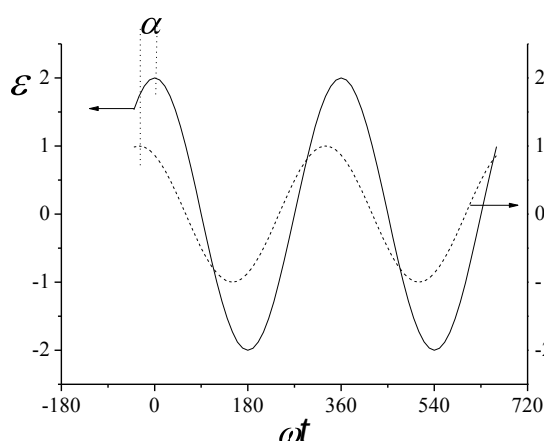
gdzie: U_R , U_L i U_C są napięciami na oporniku, cewce i kondensatorze, I – natężeniem prądu w obwodzie, Q – ładunkiem zgromadzonym na kondensatorze. Podstawiając odpowiednie spadki napięć otrzymuje się:

$$RI + L \frac{dI}{dt} + \frac{Q}{C} = \mathcal{E} \quad (2)$$

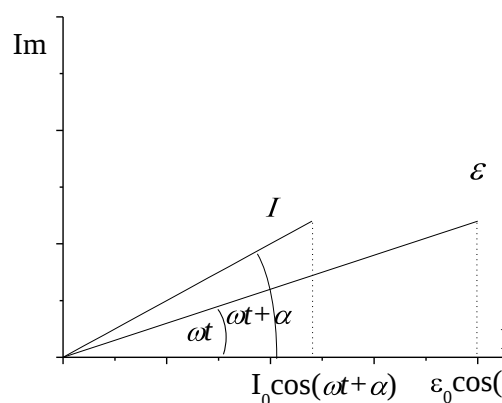
Napięcie zasilania ma postać sinusoidalną i wyraża się wzorem $\mathcal{E} = \mathcal{E}_0 \cos \omega t$, (Rysunek 1),

Dla ułatwienia obliczeń można zapisać $\mathcal{E}$ jako liczbę zespoloną (Rysunek 2):

$$\mathcal{E} = \mathcal{E}_0 e^{i\omega t} = \mathcal{E}_0 (\cos \omega t + i \sin \omega t)$$



Rysunek 1. Przedstawienie zależności napięcia $\mathcal{E}$ oraz prądu I jako funkcji sinusoidalnej. Jeśli $\alpha > 0$, prąd wyprzedza napięcie.



Rysunek 2. Przedstawienie zależności napięcia $\mathcal{E}$ oraz prądu I jako funkcji zespolonej.

Przedstawia się ją jako punkt na płaszczyźnie zespolonej, Re-Im i jej część rzeczywista jest wartością (w tym przypadku) napięcia. W równaniu (2) poszukujemy wartości prądu I . Zakładamy, że prąd zmienia się z tą samą częstotliwością ω co napięcie zasilania, ale jest przesunięty w fazie o kąt α , a więc $I = I_0 \cos(\omega t + \alpha)$. Można go również zapisać jako liczbę zespoloną:

$$I = I_0 e^{i(\omega t + \alpha)} = I_0 (\cos(\omega t + \alpha) + i \sin(\omega t + \alpha)) = I_0 e^{i\alpha} e^{i\omega t} = \hat{I}_0 e^{i\omega t}$$

$$\text{gdzie } \hat{I}_0 = I_0 e^{i\alpha}$$

i znów część rzeczywista jest wartością prądu I . Dla założonej I otrzymuje się:

$$\frac{dI}{dt} = \hat{I}_0 i e^{i\omega t} \quad \text{oraz} \quad Q = \int I dt = \frac{\hat{I}_0 e^{i\omega t}}{i\omega} = -\frac{i}{\omega} \hat{I}_0 e^{i\omega t}.$$

Podstawienie powyższego do wzoru (2) daje:

$$R \hat{I}_0 e^{i\omega t} + Li \omega \hat{I}_0 e^{i\omega t} - \frac{i}{\omega C} \hat{I}_0 e^{i\omega t} = \mathcal{E}_0 e^{i\omega t}$$

Dzieląc stronami przez $e^{i\omega t}$ otrzymujemy:

$$\left(R + i \left(L\omega - \frac{1}{\omega C} \right) \right) \hat{I}_0 = \mathcal{E}_0 \quad (3)$$

Wyrażenie to ma strukturę podobną do prawa Ohma, gdy zapiszemy:

$$\begin{aligned} \hat{Z} \hat{I}_0 &= \mathcal{E}_0 \quad \text{i gdy} \\ \hat{Z} &= R + i \left(L\omega - \frac{1}{\omega C} \right) = \sqrt{R^2 + \left(L\omega - \frac{1}{\omega C} \right)^2} e^{i\beta} = |\hat{Z}| e^{i\beta} \\ |\hat{Z}| &= \sqrt{R^2 + \left(L\omega - \frac{1}{\omega C} \right)^2} \quad \text{oraz} \quad \tan \beta = \frac{\text{Im } \hat{Z}}{\text{Re } \hat{Z}} = \frac{L\omega - \frac{1}{\omega C}}{R} \end{aligned} \quad (4)$$

$\hat{Z}$ nazywa się zawadą zespoloną, która jest sumą części rzeczywistej tj. oporu omowego R i części urojonej będącej oporem urojonym (biernym) cewki $X_L = i\omega L$ i kondensatora $X_C = -i/\omega C$. Równanie (3) można przepisać jako:

$$I_0 e^{i\alpha} |\hat{Z}| e^{i\beta} = \mathcal{E}_0$$

Ponieważ po prawej stronie mamy tylko liczbę rzeczywistą, lewa strona musi też być

rzeczywista, więc $\beta = -\alpha$, czyli: $\tan \alpha = \frac{\frac{1}{\omega C} - L\omega}{R}$, a amplituda prądu I_0 (bez części fazowej) jest:

$$I_0 = \frac{\mathcal{E}_0}{|\hat{Z}|} = \frac{\mathcal{E}_0}{\sqrt{R^2 + \left(L\omega - \frac{1}{\omega C} \right)^2}} \quad (5)$$

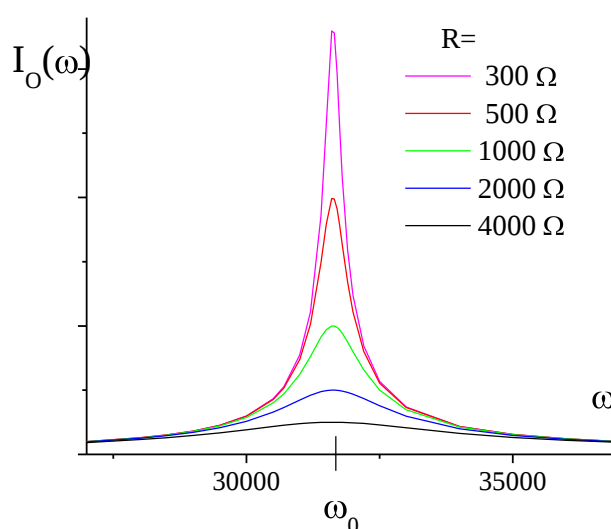
Pełny opis przebiegu prądu w czasie wynosi:

$$I = \frac{\mathcal{E}_0 e^{i\alpha} e^{i\omega t}}{\sqrt{R^2 + \left(L\omega - \frac{1}{\omega C}\right)^2}} \quad \text{lub} \quad I = \frac{\mathcal{E}_0 \cos(\omega t + \alpha)}{\sqrt{R^2 + \left(L\omega - \frac{1}{\omega C}\right)^2}} \quad (7)$$

Na Rysunku 3 przedstawiono zależność $I_0(\omega)$ dla różnych oporów. Jest to wiązka krzywych rezonansowych, które osiągają wartość maksymalną przy tej samej częstotliwości ω_0 , tzn. gdy:

$$L\omega - \frac{1}{\omega C} = 0 \Rightarrow \omega^2 = \frac{1}{\omega L} = \omega_0^2 \quad (8)$$

Jest to warunek rezonansu. Ekstrema krzywych $I_0(\omega)$ maleją wraz ze wzrostem oporu R . Krzywe rezonansowe dla wzrastających oporów obniżają się i stają się bardziej płaskie. Dla małych częstotliwości, tzn. gdy $\omega \rightarrow 0$, to $I_0 \rightarrow 0$; również dla dużych częstotliwości $\omega \rightarrow \infty, I_0 \rightarrow 0$.



Rysunku 4. Teoretyczne krzywe rezonansowe $I_0(\omega)$ dla szeregowego obwodu RLC przy zastosowaniu różnych wartości oporu omowego (opór rzeczywisty) i przy stałych wartościach indukcyjności L i pojemności C (opory urojone).

W ćwiczeniu mierzymy napięcie maksymalne U_{R0} na oporniku R , które jest proporcjonalne do prądu I_0 w obwodzie RLC i wyznacza się krzywe rezonansowe w zależności od częstotliwości ν .

Współczynnik dobroci układu Q

Wielkością charakteryzującą rezonansowe własności obwodu drgającego RLC jest współczynnik **dobroci** Q . Dobroć jest zdefiniowana jako stosunek całkowitej energii drgań En , zmagazynowanej w obwodzie w warunkach rezonansu do energii straconej w czasie jednego okresu En_s

$$Q = 2\pi \frac{En}{En_s}.$$

Zakłada się, że energia całkowita En jest wielkością stałą. Wyliczony (sposób wyliczenia niepokazany), zgodnie z powyższym wzorem, współczynnik Q w obwodzie drgającym z częstotliwością rezonansową ω_0 , jest:

$$Q = \frac{\omega_0 L}{R} = \frac{1}{\omega_0 C R} = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}} \quad (9)$$

Jak wynika z (9) dobroć jest tym większa im mniejsze jest tłumienie czyli im mniejszy jest opór omowy obwodu. Jednocześnie zależność (9) sugeruje bezpośrednio sposób pomiaru współczynnika dobroci. Rozważmy obwód RLC w stanie rezonansu ($\omega = \omega_0$). Płynie w nim prąd o amplitudzie $I_0(\omega_0)$, i amplituda napięcia na kondensatorze U_{C0} jest wprost proporcjonalna do prądu i oporu pojemnościowego, $X_C = \frac{1}{\omega C}$. Podobnie amplituda napięcia

na cewce U_{L0} będzie proporcjonalna do prądu $I_0(\omega_0)$ oraz oporu indukcyjnego $X_L = \omega L$. W stanie rezonansu całkowity opór urojony jest równy zero, więc prąd wynosi $I_0(\omega_0) = \mathcal{E}_0 / R$ i zależy tylko od R . Wynika stąd, że amplitudy napięcia na kondensatorze i cewce będą:

$$U_{C0} = I_0 X_C = \frac{\mathcal{E}_0}{R \omega_0 C} \quad \text{oraz} \quad U_{L0} = I_0 X_L = \frac{\omega_0 L \mathcal{E}_0}{R}$$

Widać, że stosunek napięć na kondensatorze lub cewce do napięcia zasilającego przy częstotliwości rezonansowej jest identyczny jak dobroć obwodu wyrażona wzorem (9):

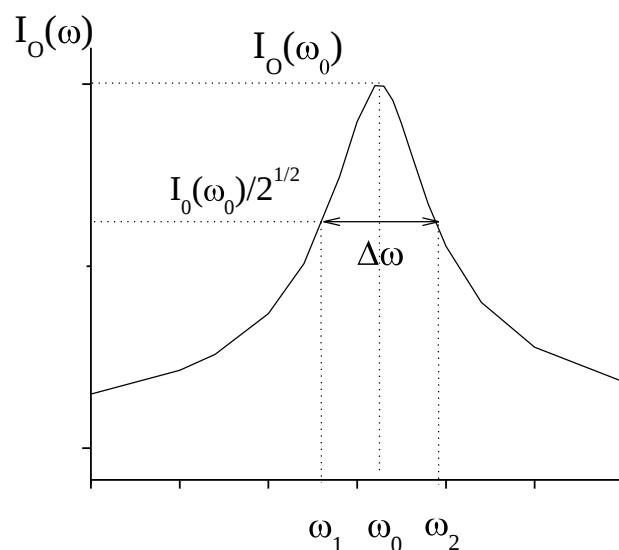
$$Q = \frac{U_{C0}}{\mathcal{E}_0} = \frac{1}{\omega_0 C R} \quad \text{lub} \quad Q = \frac{U_{L0}}{\mathcal{E}_0} = \frac{\omega_0 L}{R} \quad \text{lub} \quad Q = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}} \quad (\text{bo } \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}) \quad (10)$$

Współczynnik dobroci Q jest znacznie większy od jedności a przy wysokich częstotliwościach osiąga nawet kilka tysięcy. Znaczny wzrost napięcia na kondensatorze lub cewce indukcyjnej w obwodzie LC jest nazywany przebiegiem.

Powyższe wzory dają prostą metodę obliczenia współczynnika Q , jednak nie zawsze jesteśmy w stanie określić rzeczywiste wartości oporu, pojemności czy indukcyjności w konkretnym obwodzie RLC. Oprócz nastawionych wartości R , L i C istnieje pewien udział tych wartości, które są rozproszone w całym obwodzie. Trudności te omija metoda wyznaczenia współczynnika dobroci Q polegająca na analizie krzywych rezonansowych. Metoda ta wynika z porównania częstotliwości rezonansowej ω_0 z częstotliwościami ω_1 i ω_2 , przy których moc układu drgającego jest równa połowie mocy przy częstotliwości rezonansowej. Dla krzywych rezonansowych prądu I_0 , częstotliwości ω_1 i ω_2 wyrażają się $I_0(\omega_1) = I_0(\omega_2) = I_0(\omega_0) / \sqrt{2}$. (Rysunek 4). Dzielnik $\sqrt{2}$ wynika stąd, że moc układu jest

proporcjonalna do kwadratu prądu, I_0^2 . Różnica $\omega_2 - \omega_1 = \Delta\omega$ nazywa się szerokością krzywej lub pasmem przenoszenia. Współczynnik dobroci jest równy stosunkowi częstotliwości rezonansowej obwodu ω_0 do szerokości $\Delta\omega$ krzywej rezonansowej. W ćwiczeniu wyznacza się stosunek częstotliwości $\nu_0 / \Delta\nu$, co jest identyczne z powyżej zdefiniowanym **współczynnikiem dobroci Q**

$$Q = \frac{\omega_0}{\Delta\omega} = \frac{\nu_0}{\Delta\nu} \quad (11)$$



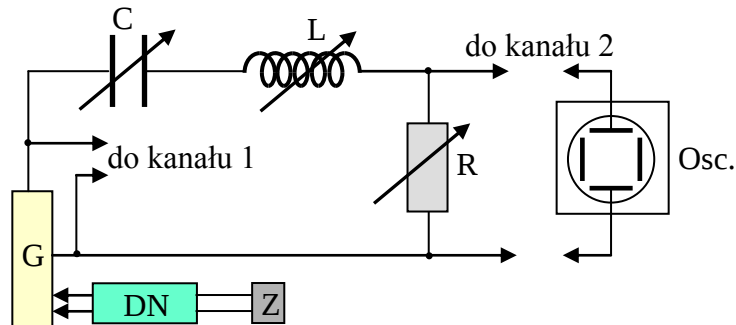
Rysunek 4. Pomiar szerokości krzywej rezonansowej.

Wykonanie ćwiczenia

Wyniki wszystkich pomiarów muszą być zapisane w sprawozdaniu, opatrzone odpowiednimi jednostkami i podpisane przez asystenta.

Opis układu

Na stanowisku pomiarowym mamy do dyspozycji następujące przyrządy: generator funkcyjny MX2020 firmy Maxcom, (G), dzielnik napięcia DNa-18, (DN), zasilacz 10V, (Z) opornik dekadowy DR6, (R), kondensator dekadowy DK5, (C), indukcyjność dekadowa LD1, (L), dwukanałowy oscyloskop cyfrowy TDS210 firmy Tektronix, (Osc.) płytka montażowa.



Rysunek 5. Schemat szeregowego obwodu RLC

Źródłem siły elektromotorycznej o zmiennej częstotliwości jest generator funkcyjny (G) o regulowanym napięciu wyjściowym i niskiej oporności wyjściowej ok. $50\ \Omega$. Do gniazda kanału 1 oscyloskopu należy doprowadzamy napięcie zbierane na wyjściu generatora, a do kanału 2 napięcie zbierane z odpowiedniego elementu obwodu, oporu lub kondensatora. Z kondensatora zbieramy sygnał przez sondę napięciową. Na ekranie oscyloskopu powinny być widoczne oba sygnały w postaci pełnych przebiegów sinusoidalnych. Zmniejszenie lub powiększenie sygnału regulujemy pokrętkami wzmacnienia obu kanałów, a szerokość wykresów pokrętkiem podstawy czasu. Dla obu sygnałów odczytujemy ich amplitudy i wartości pik do pik lub wartości skuteczne napięć. Precyzyjną regulację częstotliwości sygnału z generatora umożliwia podłączenie do specjalnego gniazda generatora (oznaczonego symbolem VCF IN) sygnału napięciowego z zasilacza (Z) poprzez dzielnik napięcia (DN). Na dzielniku napięcia ustawiamy wartość „555” i pokrętkę częstotliwości

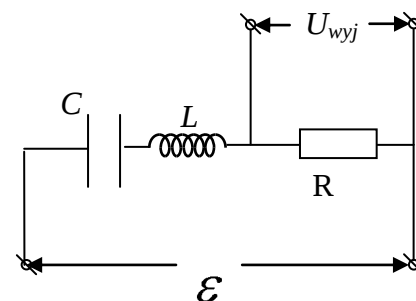
generatora (G) poszukujemy na oscyloskopie okolic rezonansu. Dokładne dostrojenie do rezonansu przeprowadzamy zmieniając ustawienie na dzielniku (DN).

Część A. Prądowe krzywe rezonansowe

$I_0(v)$

Przyrządy należy połączyć, wykorzystując płytkę montażową, w szeregowy obwód RLC, według schematu przedstawionego na Rysunku 6 zachowując kolejność elementów.

a) Na płytce montażowej łączymy kablami opornicę dekadową z dekadami indukcyjności i pojemności w szeregowy obwód RLC. Napięcie zbierane z generatora jest podane na kanał 1 oscyloskopu, a na kanał 2 jest podane napięcie wyjściowe z opornika.



Rysunek 6. Schemat montażowy

Wybieramy pojemność z przedziału $1 \text{ nF} \div 50 \text{ nF}$ i indukcyjność z przedziału $100 \text{ mH} \div 1 \text{ H}$ i ustawiamy odpowiednie wartości na dekadach. Możemy oszacować częstotliwość własną obwodu $\nu_0 = 1 / (2\pi \sqrt{LC})$. Na oporniku dekadowym ustawiamy np. $R = 100 \Omega$.

Należy jednak pamiętać, że na całkowity opór omowy R_C jest sumą oporu opornika dekadowego R i oporu układu R_U (poza oporem dekadowym). Na opór układu R_U składają się: R_G opór omowy generatora, R_L opór omowy dekady cewek indukcyjnych oraz R_R opór rozproszony przewodów, kontaktów itd.

$$R_C = R + R_U = R + R_G + R_L + R_R,$$

gdzie $R_G = 50 \Omega$, zaś R_L dla różnych wartości indukcyjności są podane w poniższej tabeli

L [mH]	R_L [Ω]
100	207
200	294
300	364
400	431
500	485
600	532
700	584
800	627
900	668
1000	712

b) Po sprawdzeniu obwodu przez asystenta i włączeniu zasilania, na ekranie oscyloskopu są widoczne dwa sygnały – z kanału 1 sygnał generatora, a z kanału 2 sygnał zebrany z opornika. Przy wciśniętym klawiszu MEASURE na ekranie są wyświetlane dla każdego kanału wartości podwojonej amplitudy napięcia (oznaczone Pk-Pk) lub napięcia

skutecznego (Cyc RMS). Możliwe są także pomiary częstotliwości (Freq), okresu (Period) i średniej arytmetycznej napięcia w czasie całego pomiaru (Mean).

c) Przerzuwając na czas odczytu połączenie obwodu rezonansowego mierzymy na kanale 1 skuteczną wartość napięcia $\mathcal{E}_0$ dla generatora nieobciążonego.

Napięcie sygnału z generatora powinno wynosić około 5 V (napięcie skuteczne) i pozostać nie zmienione aż do końca pomiarów. Pomiar napięcia generatora powinien ostatecznie być mierzony na oscyloskopie i być tego samego typu jak napięcia sygnału (np. pik do piku lub napięcie skuteczne).

d) Zmieniając częstotliwość sygnału z generatora znajdujemy częstotliwość własną ν_0 w okolicy tej oszacowanej. Notujemy wartości $U_{R\max}$ oraz ν_0 i przeliczamy ją na $\omega_0 = 2\pi\nu_0$.

e) Zmniejszając częstotliwość odstawiamy stopniowo układ od rezonansu aż do częstości ν_1 , dla której napięcie spada do około $1/3 U_{R\max}$.

f) Następnie stopniowo zwiększamy częstotliwość i mierzymy niskoczęstotliwościową część krzywej rezonansowej od ν_1 aż do ν_0 zbierając 10 do 20 punktów U_{R0} odpowiadających przyrostom napięcia o ok. 5 – 10 %.

g) Wysokoczęstotliwościową część krzywej rezonansowej mierzymy zbierając 10 do 20 punktów U_{R0} odpowiadających spadkom napięcia o ok. 5 – 10 % w przedziale częstości od ν_0 do ν_2 , dla której napięcie spada do około $1/3 U_{R\max}$.

h) Obliczamy wartość prądu I_0 płynącego w obwodzie dzieląc U_{R0} przez nastawiony na dzielniku napięcia opór R.

Propozycja zapisu wyników:

$R = \dots, \Delta R = \dots, L = \dots, \Delta L = \dots, C = \dots, \Delta C = \dots, \mathcal{E}_0 = \dots, \nu_0 = \dots, \omega_0 = \dots, U_{R\max}(\omega_0) = \dots$

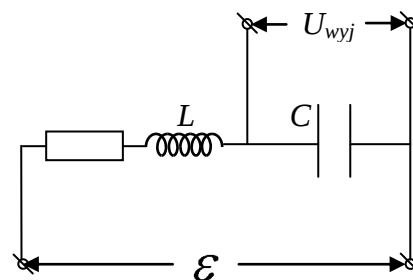
$\nu < \nu_0$ [jednostka] $\Delta\nu =$	U_{R0} [jednostka] $\Delta U_{R0} =$	$I_0 = U_{R0}/R$ [jednostka] $\Delta I_0 =$	$\nu > \nu_0$ [jednostka] $\Delta\nu =$	U_{R0} [jednostka] $\Delta U_R =$	$I_0 = U_{R0}/R$ [jednostka] $\Delta I_0 =$

gdzie $\Delta\nu$, ΔR , ΔL , ΔC są błędami systematycznymi wynikającymi z dokładności (klasy) przyrządów.

i) Analogiczne pomiary, jak w punktach e) ÷ i), wykonujemy ustawiając na oporniku dekadowym najpierw opór $R = 200 \Omega$, a następnie 400, 800, 1500 i 3000 Ω .

Część B. Współczynnik dobroci Q:

Przemontowujemy układ RLC zgodnie ze schematem przedstawionym obok. (Rysunek 7) Zamieniamy miejscami na płytce montażowej opór z kondensatorem i zbieramy napięcie U_C z kondensatora C poprzez sondę napięciową osłabiającą sygnał w stosunku **1:10**. Dla tych samych wartości indukcyjności i pojemności co poprzednio wykonujemy serię pomiarów **napięciowych krzywych rezonansowych** $U_{C0}(\nu)$ dla różnych oporów R nastawianych na dekadzie od zera do 1000 Ω co 100 Ω



Rysunek 7. Schemat montażowy

notując dla każdego oporu U_{C0} i $\mathcal{E}_0$. (Analogicznie do Części A.)

Propozycja zapisu wyników:

$R = \dots, \Delta R = \dots, L = \dots, \Delta L = \dots, C = \dots, \Delta C = \dots, \mathcal{E}_0 = \dots, v_0 = \dots, .$

R [jednostka]	$v < v_0$ [jednostka]	U_{C0} [jednostka]	$v > v_0$ [jednostka]	U_{C0} [jednostka]
$\Delta R v =$	$\Delta v =$	$\Delta U_{R0} =$	$\Delta v =$	$\Delta U_R =$

gdzie Δv , ΔR , ΔL , ΔC są błędami systematycznymi wynikającymi z dokładności (klasy) przyrządów.

Ze wzoru (10) obliczamy wartość **współczynnika dobroci Q jako stosunek napięć $U_{Cmax}/\mathcal{E}_0$.**

Propozycja zapisu wyników:

R [jednostka]	U_{Cmax} [jednostka]	$\mathcal{E}_0$ [jednostka]	$Q \pm \Delta Q$	$1/Q \pm \Delta(1/Q)$
$\Delta R = .$	$\Delta U_{C0} =$	$\Delta \mathcal{E}_0 =$		

gdzie Δv , ΔR , ΔL , ΔC są błędami systematycznymi wynikającymi z dokładności (klasy) przyrządów.

Opracowanie wyników

a) Na wspólnym układzie współrzędnych wykreślamy rodzinę **prądowych krzywych rezonansowych $I_0(v)$** dla różnych wartości oporu R (**część A**) zaznaczając dla każdej krzywej zmierzone punkty pomiarowe i łącząc je linią. W kilku punktach zaznaczamy niepewności pomiarowe.

b) Na wspólnym układzie współrzędnych wykreślamy rodzinę **napięciowych krzywych rezonansowych $U_{C0}(v)$** dla różnych wartości oporu R (**część B**) zaznaczając dla każdej krzywej zmierzone punkty pomiarowe i łącząc je linią. W kilku punktach zaznaczamy niepewności pomiarowe.

c) Wykreślamy zależność od oporu R odwrotności współczynnika dobroci $1/Q$, obliczonej ze stosunku amplitud napięcia na kondensatorze i siły elektromotorycznej $U_{Cmax}/\mathcal{E}_0$. Zgodnie ze wzorem (9) zależność $1/Q$ od R powinna być linią prostą.

$$\frac{1}{Q} = \sqrt{\frac{C}{L}}(R + R_U)$$

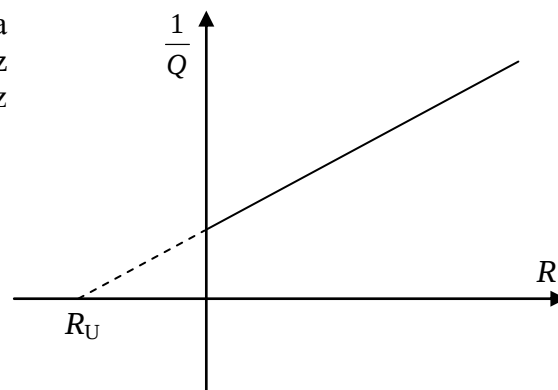
gdzie R_U jest oporem układu poza oporem dekady oporowej.

d) Metodą najmniejszych kwadratów (regresji liniowej) wyznaczamy współczynniki A i B prostych $1/Q = A R + B$ najlepiej dopasowanych do punktów pomiarowych. Nanosimy te proste na wykres. Wyznaczamy również niepewności pomiarowe ΔA i ΔB .

e) Z powyższej zależności liniowej można wyznaczyć opór układu $R_U = R_G + R_L + R_R$, z przecięcia prostej z osią R lub obliczyć z zależności:

$$A = \sqrt{\frac{C}{L}} \text{ oraz } B = \sqrt{\frac{C}{L}} R_U \quad (12)$$

czyli $R_U = \frac{B}{A}$



Rysunek 8. Zależność $\frac{1}{Q}(R)$

e) Dla krzywych rezonansowych prądowych tzn., gdy napięcie jest mierzone na oporniku, częstotliwość rezonansowa ν_0 jest stała, niezależna od oporu. Możemy wykorzystać pozostałe zależności wzoru (9):

$$\frac{1}{Q} = \frac{1}{\omega_0 L} (R + R_U) = \omega_0 C (R + R_U) = A(R + R_U),$$

$$\text{gdzie } A = \frac{1}{\omega_0 L} = \omega_0 C$$

i ocenić udział pojemności i indukcyjności rozproszonej porównując nastawione na dekadach wartości C i L z wartościami C i L wyliczonymi ze współczynników prostej, jako

$$C = A/\omega_0 \text{ oraz} \\ L = A/\omega_0^2.$$

We wnioskach:

- oceniamy wpływ oporu R na zjawisko rezonansu w układzie RLC;
- jak opór R wpływa na częstotliwość rezonansową?
- dlaczego wzrost oporu R zmniejsza dobroć układu RLC ?;
- proponujemy, jak można zwiększyć dobroć Q układu RLC.