

E4. BADANIE POLA ELEKTRYCZNEGO W POBLIŻU NAŁADOWANYCH PRZEWODNIKÓW

tekst opracował: Marek Pękała

Od roku 1785 prawo Coulomba opisuje prosty przypadek siły oddziaływania dwóch punktowych ładunków elektrycznych, który odpowiada umieszczeniu ładunku punktowego w polu elektrycznym wytworzonym przez inny ładunek punktowy. Określenie punktowy oznacza nieskończenie małą średnicę ładunku.

Statyczne pole elektryczne jest wytwarzane przez statyczny układ ładunków elektrycznych rozmieszczonych w przestrzeni. Ogólnie siłę F oddziaływania ładunku q z polem elektrostatycznym opisuje wektor natężenia pola E , czyli siła działająca na jednostkowy ładunek elektryczny

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q} \quad (1)$$

Pole elektrostatyczne opisuje się przy pomocy tzw. pola wektorowego, czyli funkcji wektorowej, która każdemu punktowi przestrzeni przypisuje odpowiedni wektor natężenia pola elektrycznego $\vec{E}(r)$.

Drugim parametrem opisującym pole elektryczne jest pole skalarne $V(r)$, czyli funkcja skalarna potencjału elektrycznego określona w każdym punkcie przestrzeni. Potencjał w punkcie $V(r)$ jest zdefiniowany przez iloraz

$$V(r) = \frac{E_p}{q}, \quad (2)$$

gdzie E_p jest energią potrzebną do przeniesienia ładunku q z nieskończoności lub z punktu odniesienia do danego punktu, czyli odpowiada energii przeniesienia ładunku jednostkowego do punktu r . (Warto zauważyć, że potencjał elektryczny w punkcie $V(r)$ różni się od energii potencjalnej związanej z wzajemnym oddziaływaniem ładunków elektrycznych wytwarzających pole elektryczne.)

Natężenie pola elektrycznego $\vec{E}$ i potencjał elektryczny $V(r)$ są wzajemnie związane poprzez dwie równoważne zależności

$$\vec{E} = -\text{grad}V(r) \quad (3)$$

$$V(r) = -\int_{\infty}^r \vec{E}(r') d\vec{r}' \quad (4)$$

gdzie $\text{gradient} = \text{grad} = \nabla = \left[\frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y}, \frac{\partial}{\partial z} \right]$ jest operatorem różniczkowania po współrzędnych przestrzennych (czyli pochodną przestrzenną), który wyznacza kierunek najszybszych zmian potencjału $V(r)$.

Pole elektrostatyczne jest potencjalne czyli zachowawcze, ponieważ praca przeniesienia ładunku pomiędzy punktami A i B nie zależy od drogi a tylko od potencjału w punkcie początkowym i końcowym

$$W_{AB} = q \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{l} = q[V(B) - V(A)] \quad (5)$$

Z ostatniego równania wynika, że praca przeniesienia ładunku po drodze zamkniętej $W_{AA} = 0$.

Linie sił pola elektrycznego są graficzną ilustracją toru, po którym porusza się mały swobodny próbný ładunek elektryczny. Wektory natężenia pola są w każdym punkcie styczne do linii pola. Linie sił biegną od dodatniego do ujemnego ładunku elektrycznego i pokazują, że pole elektryczne jest polem źródłowym.

Strumień pola elektrycznego (nazywany także strumieniem natężenia pola) definiuje się jako całkę natężenia pola elektrycznego przenikającego przez powierzchnię S:

$$\Phi_E = \int_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \int_S \vec{E} \cdot \vec{n} \cdot dS = \int_S E \cos \alpha dS \quad (6)$$

gdzie α jest kątem pomiędzy wektorem natężenia E a normalną do powierzchni. Analogicznie można zapisać strumień indukcji elektrycznej

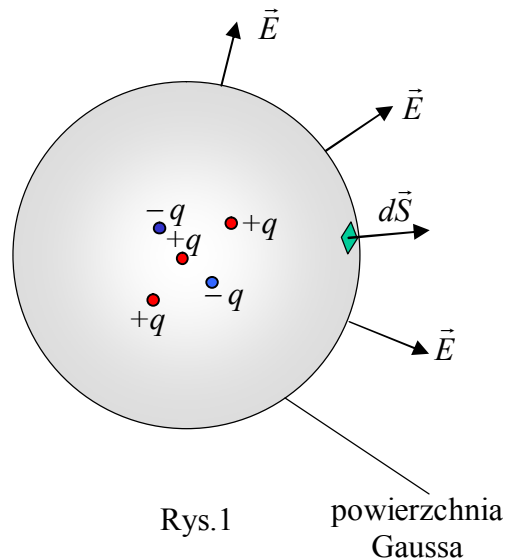
$$\Phi_D = \int_S \vec{D} \cdot d\vec{S} = \int_S \vec{D} \cdot \vec{n} \cdot dS = \int_S D \cos \alpha dS \quad (7)$$

Prawo Gaussa opisuje współzależność natężenia pola elektrycznego od przestrzennego rozkładu ładunków (rys.1):

$$\Phi_D = \oint_S \vec{D} \cdot d\vec{S} = \varepsilon_0 \varepsilon_r \oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = q$$

i mówi, że strumień indukcji elektrycznej przez dowolną powierzchnię **zamkniętą** (czyli bez „dziur” w tej powierzchni) jest równy całkowitemu ładunkowi zgromadzonemu wewnątrz tej powierzchni, gdzie ładunek

$$q = \int_V \rho dV$$



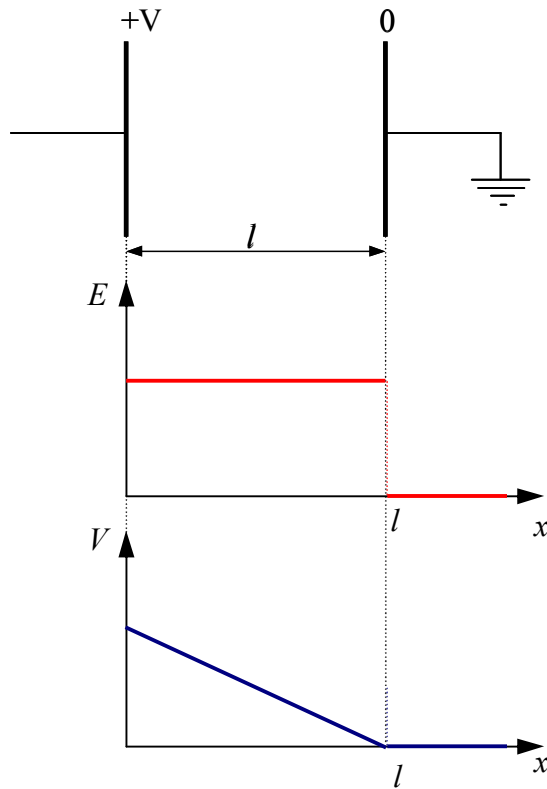
Bez wyprowadzania warto przypomnieć, że wewnątrz kondensatora płaskiego natężenie pola E jest stałe, czyli $E(x) = \text{const}$ (rys. 2). W jednowymiarowym przypadku kondensatora płaskiego potencjał $V(x)$ w odległości x od dodatnio naładowanej okładki jest równy

$$V(x) = V(x=0) - \int_0^x \vec{E} \cdot d\vec{l} = V(x=0) - E \cdot x \quad (8)$$

gdzie $V(x=0)$ jest potencjałem dodatniej okładki, czyli $V(x)$ jest liniową funkcją współrzędnej x

$$V(x) = a - bx$$

gdzie a i b są stałymi.



Rys. 2

Analogicznie ze względu na sferyczną symetrię kuli, natężenie pola na zewnątrz naładowanej kuli o promieniu R , jest tylko funkcją odległości $r > R$ od środka kuli

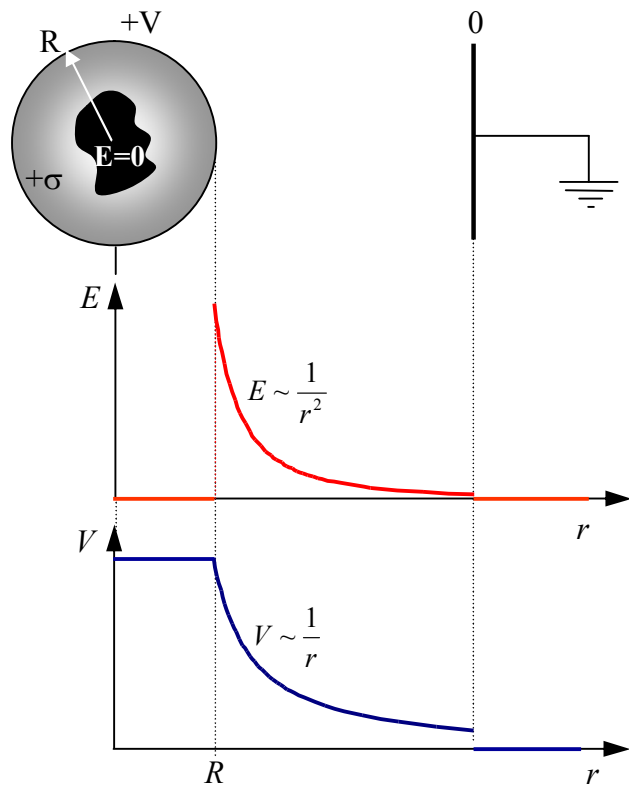
$$E(r) = \frac{const}{r^2}.$$

Wobec tego potencjał na zewnątrz kuli

$$V(r) = \frac{const}{r}.$$

Warto zauważyć, że prawo Coulomba opisuje szczególny przypadek, gdy $R = 0$.

Gdy ładunek jest zgromadzony tylko na powierzchni kuli o promieniu R , np. metalowej, to wewnątrz kuli $E(r) = 0$ oraz $V(r) = const$ (rys. 3).



Rys. 3

Gdy ładunek jest rozłożony wewnątrz kuli o promieniu R , np. ze stałą gęstością objętościową, to **wewnątrz** kuli $E = \text{const} \cdot r$ oraz $V(r) = a - br^2$, gdzie a i b są stałymi.

Cel

Celem ćwiczenia jest zbadanie pola elektrycznego wewnątrz kondensatora płaskiego i wokół przewodnika sferycznego.

Wymagania

Ładunek elektryczny, prawo Coulomba, ładunek jednostkowy;

Pole elektryczne: linie sił, praca, energia, napięcie

Definicje: potencjału elektrycznego, natężenia pola elektrycznego, $\mathbf{E}$, indukcji elektrycznej, $\mathbf{D}$, gradient potencjału, prawo zachowania ładunku, powierzchnie ekwipotencjalne, pola potencjalnego (zachowawczego), jednostki.

Źródła pola elektrycznego, dipol elektryczny

Prawo Gaussa, strumień pola wektorowego).

Zastosowanie prawa Gaussa do obliczania natężenia pola elektrycznego:

- pochodzącego od naładowanej, nieskończonej, płaskiej powierzchni przewodzącej; pomiędzy i na zewnątrz dwu nieskończonych i płaskich powierzchni przewodzących naładowanych jedno- i różno-imiennie;

- wytworzonego przez ładunek punktowy;

- wewnątrz i na zewnątrz naładowanej powierzchniowo przewodzącej kuli; wewnątrz i na zewnątrz kuli naładowanej objętościowo, ze stałą gęstością objętościową.

Kondensator, pojemność elektryczna, kondensatory płaski i sferyczny, pole elektryczne wewnątrz kondensatorów - jednorodnie i sferycznie symetryczne pola elektryczne.

Zasada działania elektroskopu, woltomierza elektrostatycznego i sondy płomykowej.

Literatura

J. Blinowski, J. Trylski, Fizyka dla kandydatów;

R. Resnick, D. Halliday – Fizyka t. 2;

D. Halliday, R. Resnick, J. Walker – Fizyka t. 3;

W. Bogusz, J. Garbarczyk, F. Krok, Podstawy fizyki. Oficyna Wydawnicza Politechniki Warszawskiej 1997 - rozdział 13-14;

H. Szydłowski, Pracownia fizyczna, PWN - rozdział 6;

E. Purcell – Elektryczność i magnetyzm, tom III,;

A. Piekara – Elektryczność i magnetyzm;

K. Zboiński – Laboratorium z fizyki;

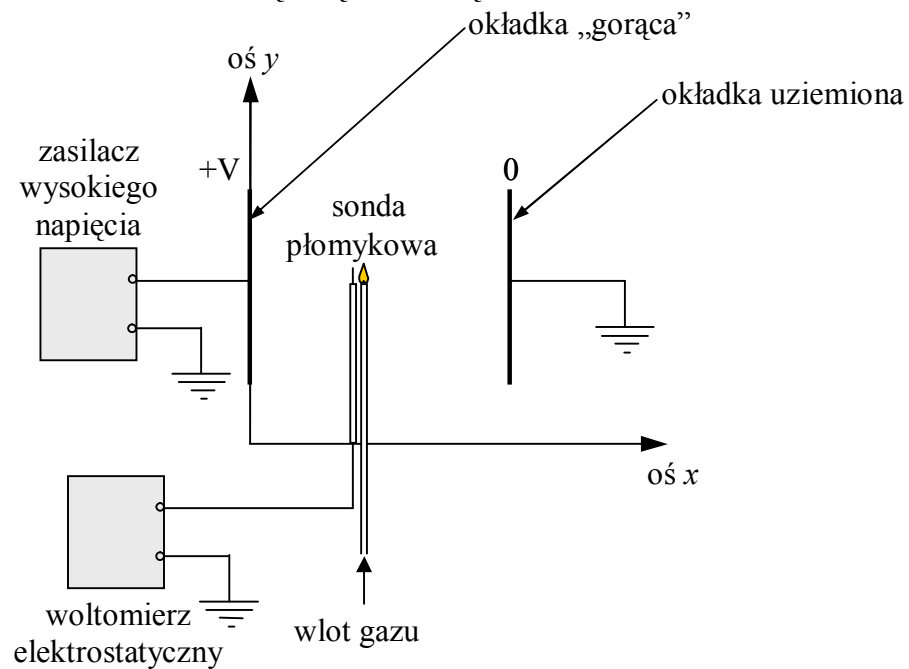
W. Gorzkowski, A. Szymacha, Pola i ruch, WSiP, 1983;

R. Nowak - Statystyka dla fizyków, PWN 2002 + ćwiczenia.

Opis układu

Układ pomiarowy do pierwszej części ćwiczenia składa się z kondensatora płaskiego, którego prawa okładka jest uziemiona a lewa okładka połączona jest z zasilaczem napięcia stałego. Między okładkami kondensatora można przesuwając sondę połączoną z woltomierzem elektrostatycznym (rys. 4). Płomień gazowy jonizuje powietrze i dzięki temu uzupełniony zostaje ładunek elektryczny na sondzie.

W drugiej części ćwiczenia po odkręceniu śruby wyjmuje się lewą okładkę kondensatora i w gnieździe umieszcza się kulę metalową.



Rys. 4

Wykonanie ćwiczenia

Pole elektryczne wewnątrz kondensatora płaskiego.

- Napięcie U zasilacza wysokiego napięcia oraz odległość okładek d dobiera się tak, żeby teoretyczne natężenie pola elektrycznego $E = \frac{U}{d}$ było równe np. 100, 150 lub 200 V/cm. Okładki muszą być ustawione równolegle, co sprawdza się mierząc odległość miarką. Następnie po zapaleniu małego płomyka gazowego i dosunięciu płyty układu do ściany, do lewej okładki kondensatora przykłada się odpowiedni potencjał U z zasilacza wysokiego napięcia.
- Sondę ustawia się na osi łączącej środki okładek – współrzędna $Y = 8$ na osi Y równoległej do płaszczyzny okładki.
- Przy pomocy pokrętła przesuwa się sondę wzdłuż osi X prostopadłej do powierzchni okładek i notuje współrzędne X_K odpowiadające potencjałom V_K zmieniającym się co 100 V od 1300 V do 100 V.
- Po skokowym przesunięciu sondy wzdłuż osi Y na $Y = 10$ i 12 powtarza się pomiary – jak w c).

Pole elektryczne wokół naładowanego przewodnika kulistego.

- Suwmiarką mierzy się promień kul metalowych. Kule metalowe umieszcza się w miejscu lewej okładki kondensatora, tak aby środek kuli pokrywał się z początkiem osi X . Prawą płaską okładkę kondensatora umieszcza się w odległości ok. 5 – 7 cm od powierzchni kuli.

- b) Po zapaleniu małego płomyka gazowego i dosunięciu płyty układu do ściany, do lewej okładki kondensatora przykłada się potencjał U od 1000 do 1500 V z zasilacza wysokiego napięcia.
- c) Sondę ustawia się na osi łączącej środki kuli i okładek – współrzędna $Y = 8$ na osi Y równoległej do płaszczyzny okładki.
- d) Przy pomocy pokrętła przesuwa się sondę wzdłuż osi X prostopadłej do powierzchni okładek i notuje współrzędne X_K odpowiadające potencjałom V_K zmieniającym się co 100 V od 1300 V do 100 V.
- e) Po skokowym przesunięciu sondy wzdłuż osi Y na $Y = 9, 10, 11$ i 12 powtarza się pomiary – jak w d).

Sprawozdanie - Opracowanie wyników

- I. Cel ćwiczenia
- II. Krótki opis metody pomiarowej
- III. Krótki, ogólny opis analizy wyników pomiarowych – zależności matematyczne
- IV. Opracowanie wyników

Pole elektryczne wewnątrz kondensatora płaskiego.

1. Na papierze milimetrowym wykreślamy w skali 1:1 mapę rozkładu potencjału w płaszczyźnie XY , tzn. nanosimy punkty i rysujemy linie stałego potencjału (linie ekwipotencjalne). Wykres można wykonać stosując programy komputerowe.
Jaki jest kształt linii ekwipotencjalnych w środku i na brzegach kondensatora płaskiego?
2. Wykonujemy wykres: potencjału w funkcji odległości, $V(X)=f(X)$, dla kolejnych, stałych wartości $Y = 8, 10, 12$.
Czy kształt krzywych $V(x)$ świadczy o jednorodności pola elektrycznego pomiędzy okładkami badanego kondensatora płaskiego?
3. Z nachylenia krzywych wykresu $V(x)$ obliczamy natężenie pola elektrycznego $E \pm \Delta E$ i porównujemy z wielkością obliczoną przy pomocy wyrażenia $E_{teor} = \frac{U}{d}$ dla przypadku idealnego; d - oznacza odległość pomiędzy okładkami, zaś U - różnica potencjałów między okładkami (napięcie przyłożone z zasilacza).
4. Dla dwóch odległych od siebie punktów X , np. punktów w pobliżu okładek, obliczamy teoretyczne wartości potencjału $V_{teor}(X) = V(X=0) - E_{teor} \cdot X = V(X=0) - \frac{U}{d} X$ i zaznaczamy je na wykresie $V(X)$. Przez te punkty prowadzimy linię prostą.
5. Błąd wyznaczenia natężenia pola elektrycznego obliczamy metodą propagacji niepewności pomiarowych uwzględniając dokładności pomiaru potencjału ΔV i położenia ΔX .
6. Wyniki obliczeń zbiera tabela podająca : napięcie między okładkami, odległość płytek kondensatora, średnią doświadczalną wartość $E \pm \Delta E$ oraz wartość teoretyczną E_{teor} .

Pole elektryczne wokół naładowanego przewodnika kulistego.

1. Na papierze milimetrowym wykreślamy w skali 1:1 mapę rozkładu potencjału w płaszczyźnie XY, tzn. nanosimy punkty i rysujemy linie stałego potencjału (linie ekwipotencjalne). Wykres można wykonać stosując programy komputerowe.
Jaki jest kształt linii ekwipotencjalnych w środku i na brzegach kondensatora?
2. Wykonujemy wykres: potencjału w funkcji odległości, $V(x) = f(x)$ wzdłuż osi łączącej środka kuli i płaskiej okładki, czyli dla $Y = 8$.
Czy kształt krzywej $V(x)$ świadczy o jednorodności pola elektrycznego pomiędzy okładkami badanego kondensatora?
3. Wykreślamy zależność potencjału od odwrotności odległości od środka kuli, $V\left(\frac{1}{r}\right)$ wzdłuż prostej łączącej środek kuli i środek okładki płaskiej, tzn. dla stałej wartości $Y = 8$.
Jak wyjaśnić proporcjonalność między V i $1/r$ w pewnej części wykresu $V(1/r)$.?
4. Z nachylenia prostoliniowego odcinka wykresu $V\left(\frac{1}{r}\right)$ obliczamy wartości stałych $A(i) \pm \Delta A(i)$ dla obu kul ($i = 1, 2$) w wyrażeniach opisujących potencjał wokół kuli.

$$V\left(\frac{1}{r}\right) = A_i \cdot \frac{1}{r}$$

5. Korzystając z wyrażenia wiążącego natężenie pola elektrycznego z potencjałem, $\vec{E} = -\text{grad}V$ zapisujemy wyrażenie opisujące natężenie pola elektrycznego w pobliżu kul.
6. Obliczamy względny stosunek ładunków zgromadzonych na dużej i małej kuli, $\frac{Q}{q} \pm \Delta\left(\frac{Q}{q}\right)$, gdy obie kule mają jednakowy potencjał.
7. Stosunek ładunków $\frac{Q}{q}$ wyznaczony doświadczalnie porównujemy z teoretyczną wartością $\left(\frac{Q}{q}\right)_{\text{teor}}$ obliczoną zakładając, że pojemność elektryczna kondensatora sferycznego jest proporcjonalna do promienia kuli i uwzględniając, że obie kule miały jednakowy potencjał U .
8. Wyniki obliczeń zbiera tabela podająca : napięcie między okładkami, promień kuli, średnią doświadczalną wartość $A \pm \Delta A$, obliczone natężenie na powierzchni kuli $E(r = R) \pm \Delta E$, doświadczalną wartość $\frac{Q}{q} \pm \Delta\left(\frac{Q}{q}\right)$ oraz wartość teoretyczną $\left(\frac{Q}{q} \pm \Delta\left(\frac{Q}{q}\right)\right)_{\text{teor}}$.
9. Błąd pomiaru: Błąd wyznaczenia parametrów $A(i)$ i $\frac{Q}{q}$ obliczamy metodą propagacji niepewności pomiarowych uwzględniając klasę woltomierza elektrostatycznego oraz dokładność pomiaru położenia ΔX .

