

## E5. KONDENSATOR W OBWODZIE PRĄDU STAŁEGO

Marek Pękała i Jadwiga Szydłowska

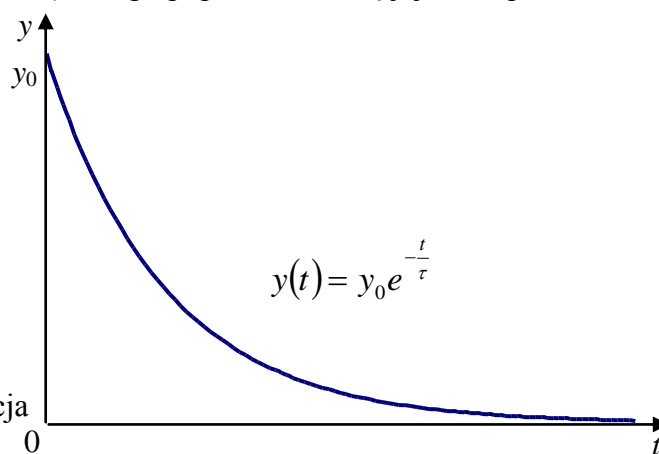
Procesy rozładowania kondensatora i drgania relaksacyjne w obwodach RC należą do szerokiej klasy procesów relaksacyjnych. Procesy relaksacyjne przeprowadzają układ do stanu równowagi trwałej lub nietrwałej o niższej energii a dokładniej o niższym potencjale termodynamicznym. Procesy relaksacyjne są procesami nieodwracalnymi, w których następuje częściowa dyssypacja (rozproszenie) energii poprzez zamianę jej na ciepło.

Szybkość procesów relaksacyjnych  $\left(-\frac{dy}{dt}\right)$  jest

proporcjonalna do odchylenia od stanu równowagi  $y(t)$  i dlatego szybkość maleje stopniowo w czasie aż do osiągnięcia stanu równowagi, gdy  $y(t_k) = 0$ . Procesy relaksacyjne są ogólnie opisywane przez funkcje wykładnicze (Rys. 1).

Rozładowanie kondensatora opisuje funkcja

$$y(t) = y_0 \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right).$$



Rys.1

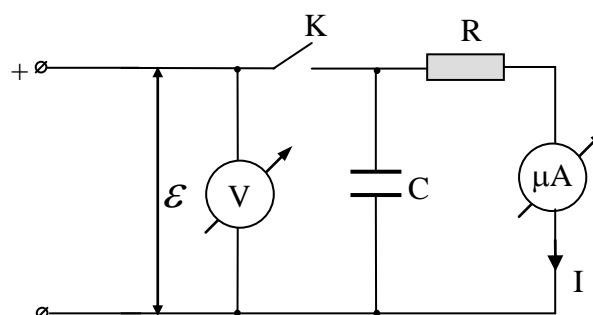
gdzie  $y(t)$  i  $y_0$  są np. ładunkiem  $Q(t)$  na kondensatorze a parametr  $\tau$  nazywa się czasem relaksacji, po którym wartość funkcji  $\exp\left(-\frac{t}{\tau}\right)$  maleje  $e = 2.71828$  razy.

### ROZŁADOWANIE KONDENSATORA

Zgodnie z drugim prawem Kirchhoffa po zamknięciu klucza K w obwodzie prądu stałego (Rys. 2) **jednorazowo** ładują się okładki kondensatora C. Podczas ładowania w gałęzi z kondensatorem płynie prąd ładowania zanikający w czasie. W chwili gdy na okładkach zgromadzi się ładunek  $Q_0 = C\varepsilon$  prąd ten zanika, ponieważ prąd nie przepływa przez kondensator a tylko ładuje okładki kondensatora.

Po otwarciu klucza odłączona zostaje siła elektromotoryczna i w prawej części układu następuje rozładowanie kondensatora przez opornik R i rozproszenie energii. Zgodnie z drugim prawem Kirchhoffa

$$\frac{Q}{C} + IR = 0 \quad (1)$$



Rys. 2

gdzie  $\frac{Q}{C}$  i  $IR$  opisują chwilowe spadki napięcia odpowiednio na kondensatorze  $C$  i na oporniku  $R$ . Uwzględniając, że  $I = \frac{dQ}{dt}$  ostatnie równanie można zapisać

$$\frac{Q}{C} + R \frac{dQ}{dt} = 0. \quad (2)$$

Po rozdzieleniu zmiennych

$$\frac{dQ}{Q} = -\frac{1}{RC} dt \quad (3)$$

oznaczając iloczyn  $RC = \tau$  po scałkowaniu otrzymujemy rozwiązanie

$$Q(t) = Q_0 \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) = \mathcal{E}C \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) \quad (4)$$

opisujące chwilowe wartości ładunku na kondensatorze w funkcji czasu. Chwilowe wartości napięcia na kondensatorze opisuje

$$U(t) = \frac{Q_0}{C} \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) = \mathcal{E} \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) \quad (5)$$

Uwzględniając prawo Ohma

$$I(t) = \frac{\mathcal{E}}{R} \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) = I_0 \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) \quad (6)$$

otrzymujemy funkcję wykładniczą opisującą natężenie prądu rozładowania kondensatora w obwodzie  $RC$ .

## Cel

Celem ćwiczenia jest doświadczalne wyznaczenie i analiza parametrów opisujących rozładowanie kondensatora, takich jak:

- krzywa rozładowania, czyli zależność  $I(t)$ ,
- ładunek naładowanego kondensatora wyznaczony z krzywej rozładowania,
- czas relaksacji obwodu i jego zależność od oporu rozładowania i pojemności kondensatora.

## Wymagania

Prawa Ohma i Kirchhoffa, siła elektromotoryczna, napięcie, natężenie prądu.

Kondensator: pojemność, ładunek, energia.

Obwód  $RC$ : ładowanie i rozładowanie kondensatora, czas relaksacji.

Mierniki prądu i napięcia.

## Literatura

R. Resnick, D. Halliday – Fizyka t.2; D. Halliday, R. Resnick, J. Walker – Fizyka t.3;

E. M Purcell – Elektryczność i magnetyzm; tom II,

H. Szydłowski, Pracownia fizyczna;

A. Piekara, Elektryczność i magnetyzm, PWN,

K. Zboiński – Laboratorium z fizyki;

R. Nowak - Statystyka dla fizyków, PWN 2002 + ćwiczenia.

## Opis układu

Układ pomiarowy do badania prądu rozładowania kondensatora składa się z zasilacza napięcia stałego, opornika, kondensatora dekadowego, mikroamperomierza i opornika dekadowego. Czas mierzy się stoperem.

## Wykonanie ćwiczenia (Uwaga: napięcie zasilania włącza asystent.)

**Krzywą rozładowania** kondensatora tworzy się mierząc chwilowe wartości natężenia prądu rozładowania kondensatora  $I(t)$ .

1. Przed rozpoczęciem pomiarów należy tak wypoziomować galwanometr, żeby wskaźnik znalazł się na zerze.
2. Korzystając z płytki montażowej łączymy obwód według schematu przedstawionego na rysunku 2.
3. Pojemność elektryczną kondensatora  $C$  dekadowego i wartość oporu w układzie wybiera asystent.
4. Napięcie zasilacza  $\mathcal{E}$  należy ustawić tak, żeby początkowe natężenie prądu rozładowania  $I_0$  było równe 100 działkom w wybranym zakresie mikroamperomierza, np. 2, 5, 10, 20  $\mu\text{A}$ .
5. Zapisujemy pojemność kondensatora  $C$ , napięcie zasilacza  $\mathcal{E}$  i wybrany zakres mikroamperomierza. Zakres 100 działek amperomierza odpowiada pełnemu wybranemu zakresowi, np. 2, 5, 10, 20  $\mu\text{A}$ .
6. Otwierając klucz mierzymy stoperem czas, w ciągu którego natężenie prądu od początkowej wartości  $I_0$  (równej 100 działek) maleje co 10 działek do zera, czyli od 100 do 90 działek, od 100 do 80 działek i.t.d.
7. Dla kilku punktów (np. trzech) krzywej rozładowania mierzymy czas trzykrotnie.

### Wariant pojemnościowy (przy stałym oporze rozładowania $R$ )

Żeby zbadać zależność czasu relaksacji  $\tau(C)$  od pojemności, pomiary krzywej rozładowania (jak w 5 i 6) wykonuje się przy tej samej wartości oporu rozładowania  $R$  (w płycie montażowej) dla kilku pojemności  $C_i$  oraz dla nieznanego kondensatora  $C_X$ .

### Wariant oporowy (przy stałej pojemności $C$ )

Żeby zbadać zależność czasu relaksacji  $\tau(R)$  od oporu rozładowania, mierzy się krzywe rozładowania (jak w 5 i 6) przy stałej pojemności  $C$  (np. 1 - 5  $\mu\text{F}$  lub nieznaną pojemność  $C_X$ ) dla :

- kilku różnych oporów  $R_D$  wybranych przy pomocy zewnętrznego opornika dekadowego (zamiast oporników płyty montażowej),
- lub kilku różnych oporów  $R$  na płycie montażowej.

## Sprawozdanie - Opracowanie wyników

- I. Cel ćwiczenia,
- II. Krótki opis metody pomiarowej,
- III. Krótki, ogólny opis analizy wyników pomiarowych, zależności matematyczne,
- IV. Opracowanie wyników:

### Krzywa rozładowania $I(t)$

- a) Dla każdego zbioru wyników doświadczalnych  $I(t)$  wykonujemy wykresy **krzywej rozładowania** kondensatora  $I(t)$  na papierze milimetrowym lub stosując programy

komputerowe. Dla kilku punktów pomiarowych na wykresie zaznaczamy błąd pomiaru czasu i błąd pomiaru natężenia prądu (mikroamperomierz ma klasę 1).

### Ładunek Q

b) **Ładunek Q** zgromadzony na kondensatorze obliczamy z krzywych rozładowania  $I(t)$  stosując jedną z metod: całkową\*, graficzną\*\* lub wagową\*\*\*.

\* **Metoda całkowa** – programy komputerowe pozwalają scałkować powierzchnię pod krzywą rozładowania. W naszym przypadku powierzchnia ta odpowiada ładunkowi Q, który odpłynął z kondensatora.

\*\***Metoda graficzna** - (H. Szydłowski - Pracownia fizyczna, PWN) - Pole ograniczone przez oś czasu - t, oś prądu - I oraz krzywą rozładowania -  $I(t)$  dzielimy na przybliżone trapezy o podstawach równoległych do osi pionowej i obliczamy sumę pól trapezów.

(Jeżeli trapezy mają równe wysokości, obliczenie upraszcza się poprzez odpowiednie (!) sumowanie połówek podstaw trapezów.)

Uwzględniając, jakiemu ładunkowi elektrycznemu odpowiada, np.  $1 \text{ cm}^2$  na wykresie, obliczamy ładunek zgromadzony na kondensatorze – Q .

(Wpływ niedokładności wynikającej z sumowania elementów powierzchni pod krzywą  $I(t)$  dla  $t \rightarrow \infty$ , można ograniczyć biorąc pod uwagę, że po czasie, np.  $t = 3 \tau$  ( $\tau = \text{czas relaksacji}$ ) z kondensatora odpływa 95 % ładunku).

\*\*\***Metoda wagowa** - Wycinamy pole ograniczone przez oś czasu - t, oś prądu - I oraz krzywą rozładowania  $I(t)$ . Z tego samego papieru wycinamy też, np.  $1 \text{ dcm}^2$ . Porównanie wagi obu wycinków pozwala określić powierzchnię pod krzywą  $I(t)$ . Uwzględniając, jakiemu ładunkowi elektrycznemu odpowiada, np.  $1 \text{ cm}^2$  na wykresie, obliczamy ładunek zgromadzony na kondensatorze – Q .

Ładunek Q wyznaczony z krzywej rozładowania należy porównać z ładunkiem obliczonym jako  $Q_t = C\varepsilon$ .

### Wykres $\ln\left(\frac{I(t)}{I_0}\right)$

c) W celu sprawdzenia, że natężenie prądu rozładowania kondensatora maleje wykładniczo w czasie zgodnie z wyrażeniem  $I(t) = I_0 \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) = I_0 \exp\left(-\frac{t}{RC}\right)$

logarytmujemy obustronnie wyrażenie  $\frac{I(t)}{I_0} = \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right)$  i otrzymujemy liniową funkcję czasu

$$\ln\left(\frac{I(t)}{I_0}\right) = -\frac{1}{\tau}t = -At, \text{ gdzie } A = \frac{1}{\tau}.$$

Z danych doświadczalnych obliczamy i rysujemy **wykres**  $\ln\left(\frac{I(t)}{I_0}\right)$  (ręcznie lub komputerowo) w zależności od czasu t dla każdego zbioru wyników doświadczalnych.

### Czas relaksacji $\tau = RC$

d) Z wykresu  $\ln\left(\frac{I(t)}{I_0}\right)$  wyznaczamy współczynnik nachylenia oraz błąd współczynnika nachylenia  $A \pm \Delta A$  metodą najmniejszych kwadratów.

e) Dla każdej krzywej rozładowania obliczamy czas relaksacji  $\tau$  ( $\tau = I/A$ ) oraz błąd  $\Delta\tau$  (z metody propagacji błędów) jako:  $\Delta\tau = \frac{\partial(I/A)}{\partial A} \Delta A = \frac{\Delta A}{A^2}$ .

f) Dla pomiarów wykonanych przy **stałym oporze rozładowania R** (**wariant pojemnościowy**) wykonujemy wykres czasu relaksacji  $\tau(C)$  w funkcji pojemności kondensatora C (sprawdzając zależność  $\tau = RC$ ). Metodą najmniejszych kwadratów wyznaczamy opór rozładowania  $R \pm \Delta R$  równy nachyleniu prostej  $\tau(C)$ .

g) Dla pomiarów wykonanych przy **stałej pojemności C** (**wariant oporowy**) wykonujemy wykres czasu relaksacji  $\tau(R)$  w funkcji dekadowego oporu rozładowania  $R_D$  i (sprawdzając zależność  $\tau = RC$ ) z nachylenia prostej wyznaczamy pojemność  $C \pm \Delta C$  (metodą najmniejszych kwadratów).

### Nieznany kondensator $C_X$

h) Nieznaną pojemność kondensatora  $C_X \pm \Delta C_X$  obliczamy przy pomocy jednej z poniższych metod:

- przy pomocy ładunku  $Q_X$  wyznaczonego w b) i napięcia zasilacza  $\mathcal{E}$ ,
- przy pomocy czasu relaksacji  $\tau = RC$  wyznaczonego w e) i oporu rozładowania R wyznaczonego w f) - (**wariant pojemnościowy**),
- przy pomocy czasu relaksacji  $\tau = RC$  wyznaczonego w e) i użytego oporu dekadowego  $R_D$  - (**wariant oporowy**).

i) **Wyniki zbieramy w tabeli** podając: pojemność, napięcie zasilacza  $\mathcal{E}$ , pojemność kondensatora dekadowego C, ładunek naładowanego kondensatora  $Q \pm \Delta Q$ , ładunek obliczony  $Q_t = C\mathcal{E}$ , współczynnik nachylenia  $A \pm \Delta A$ , czas relaksacji  $\tau \pm \Delta\tau$ , opór rozładowania  $R \pm \Delta R$ , pojemność nieznanego kondensatora  $C_X \pm \Delta C_X$ .

j) Jeżeli powyższe wyniki nie zostały opatrzone odpowiednim komentarzem, sprawozdanie kończymy **podsumowującymi wnioskami i porównaniem z przewidywaniami**.