

O1. POMIARY KĄTA GRANICZNEGO

tekst opracowała: Bożena Janowska-Dmoch

Gdy wiązka światła pada na granicę dwóch ośrodków przezroczystych od strony ośrodka optycznie gęstszego pod **kątem granicznym**, to promień załamany ślizga się po granicy ośrodków. Kąt załamania jest wówczas równy dokładnie $\frac{\pi}{2}$. Kąt graniczny charakteryzuje oba ośrodki, zależy bowiem od prędkości z jaką rozchodzi się światło zarówno w pierwszym, jak i w drugim ośrodku.

Cel

Celem ćwiczenia jest wyznaczenie współczynników załamania szkła i różnych cieczy z pomiarów kąta granicznego.

Wymagania

Prawa odbicia i załamania światła na granicy dwóch ośrodków, współczynnik załamania światła, zasada Huygensa, kąt graniczny, całkowite odbicie wewnętrzne, zasada Fermata, zjawisko dyspersji.

Literatura

R. Resnick, D. Halliday, Fizyka, tom II, PWN
F.S. Crawford, Fale, *Kurs berkeleyjski* tom III, PWN
D. Halliday, R. Resnick, J. Walker, Podstawy fizyki, tom IV, PWN

Opis przyrządu

Układ optyczny składa się lasera He-Ne i szklanej kuwety, umieszczonej na stoliku obrotowym z podziałką kątową. Jedna ze ścianek bocznych kuwety ma kształt pryzmatu o kącie łamiącym $\frac{\pi}{3}$. Wiazka światła, padając na środek skośnej ścianki pryzmatu pokrywający się z osią obrotu stolika, załamuje się i dociera do wewnętrznej ścianki kuwety. Wnętrze kuwety wypełnia powietrze lub różne badane cieczy. Dalszy bieg wiązki zależy od własności ośrodka wypełniającego kuwetę i od jej przestrzennej orientacji. Obrót stolika powoduje zmiany kąta padania wiązki na pryzmat i zmiany w geometrii układu optycznego. Do usuwania cieczy z kuwety stosuje się pompkę wodną.

Wyprowadzenie wzoru

Współczynnik załamania szkła

Rozważmy najpierw przypadek, gdy kuweta jest pusta, czyli jest wypełniona powietrzem. Niech wiązka światła pada na skośną ściankę pryzmatu pod takim kątem α , że po załamaniu w szkłe pod kątem β padnie na wewnętrzną ściankę kuwety pod kątem granicznym γ_{gr} (patrz

rysunek). Stosując prawo załamania światła zapiszemy następujące relacje między tymi kątami (przyjmujemy, że współczynnik załamania powietrza $n \cong 1$)

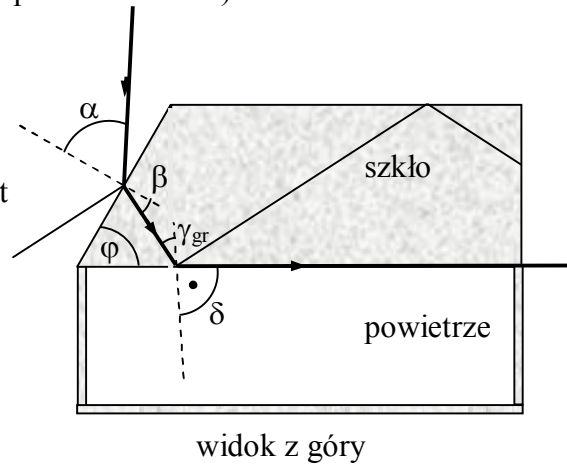
$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = n_{szk} \quad \frac{\sin \gamma_{gr}}{\sin \frac{\pi}{2}} = \frac{1}{n_{szk}}$$

Z rysunku wynika, że kąt łamiący pryzmatu φ jest równy sumie kątów β i γ_{gr} , a stąd kąt γ_{gr}

$$\gamma_{gr} = \varphi - \beta = \frac{\pi}{3} - \beta$$

oraz

$$\sin \gamma_{gr} = \sin \left(\frac{\pi}{3} - \beta \right) = \frac{\sqrt{3}}{2} \cos \beta - \frac{1}{2} \sin \beta = \frac{1}{n_{szk}}.$$



Przekształcając ten wzór i korzystając z jedynki trygonometrycznej napiszemy

$$\frac{\sqrt{3}}{2} \sqrt{1 - \sin^2 \beta} = \frac{1}{2} \sin \beta + \frac{1}{n_{szk}}.$$

Obie strony powyższego równania podnosimy do kwadratu, podstawiamy wyrażenie

$$\sin \beta = \frac{\sin \alpha}{n_{szk}}, \text{ a wtedy}$$

$$\frac{3}{4} \left(1 - \frac{\sin^2 \alpha}{n_{szk}^2} \right) = \frac{\sin^2 \alpha}{4n_{szk}^2} + \frac{\sin \alpha}{n_{szk}^2} + \frac{1}{n_{szk}^2}.$$

Po przekształceniu powyższego równania otrzymujemy wzór na współczynnik załamania szkła

$$n_{szk} = \frac{2}{\sqrt{3}} \sqrt{\sin^2 \alpha + \sin \alpha + 1}.$$

Aby wyznaczyć współczynnik załamania szkła, z którego jest wykonany pryzmat, musimy zmierzyć taki kąt padania, gdy wiązka po załamaniu w pryzmacie ślizga się po wewnętrznej ścianie kuwety.

Współczynnik załamania cieczy

Wnętrze kuwety jest wypełnione badaną cieczą. Niech wiązka światła pada na skośną ściankę pryzmatu pod takim kątem α' , że po załamaniu w szkło pod kątem β' padnie na wewnętrzną ściankę kuwety pod kątem granicznym γ'_{gr} (patrz rysunek). Stosując prawo załamania światła zapiszemy następujące relacje między tymi kątami (przyjmujemy, że współczynnik załamania powietrza $n \cong 1$)

$$\frac{\sin \alpha'}{\sin \beta'} = n_{szk} \quad \frac{\sin \gamma'_{gr}}{\sin \frac{\pi}{2}} = \frac{n_c}{n_{szk}}$$

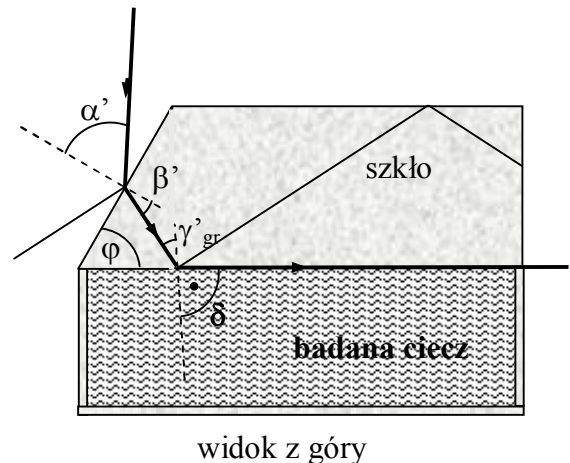
gdzie n_c jest współczynnikiem załamania szkła.

Z rysunku wynika, że kąt łamiący pryzmatu φ jest równy sumie kątów β' i γ'_{gr} , a stąd kąt γ'_{gr}

$$\gamma'_{gr} = \varphi - \beta' = \frac{\pi}{3} - \beta'$$

oraz

$$\sin \gamma'_{gr} = \sin \left(\frac{\pi}{3} - \beta' \right) = \frac{\sqrt{3}}{2} \cos \beta' - \frac{1}{2} \sin \beta' = \frac{n_c}{n_{szk}}.$$



Przekształcając ten wzór i korzystając z jedynki trygonometrycznej napiszemy

$$\frac{\sqrt{3}}{2} \sqrt{1 - \sin^2 \beta'} = \frac{1}{2} \sin \beta' + \frac{n_c}{n_{szk}}.$$

Podstawiamy wyrażenie $\sin \beta' = \frac{\sin \alpha'}{n_{szk}}$, a wtedy

$$n_c = \frac{n_{szk}}{2} \left(\sqrt{3 \left(1 - \frac{\sin^2 \alpha'}{n_{szk}^2} \right)} - \frac{\sin \alpha'}{n_{szk}} \right),$$

lub

$$n_c = \frac{1}{2} \left(\sqrt{3(n_{szk}^2 - \sin^2 \alpha')} - \sin \alpha' \right).$$

Aby wyznaczyć współczynnik załamania cieczy musimy znać współczynnik załamania szkła, z którego jest wykonany pryzmat, oraz zmierzyć taki kąt padania, gdy wiązka po załamaniu w pryzmacie ślizga się po wewnętrznej ścianie kuwety wypełnionej badaną cieczą.

Wykonanie ćwiczenia

Wyniki wszystkich pomiarów muszą być zapisane w sprawozdaniu, opatrzone odpowiednimi jednostkami i podpisane przez asystenta.

1. Współczynnik załamania szkła

- Sprawdzamy, czy wiązka światła pada na środek pryzmatu szklanego.
- Obracamy stolik tak, by wiązkę **odbity** od pryzmatu zawrócić z powrotem do lasera. W takim ustawieniu wiązka pada prostopadłe na pryzmat i wyznacza położenie normalnej do powierzchni łamiącej.
- Na podziałce kątowej stolika, zaopatrzonej w noniusz, odczytujemy położenie normalnej, oznaczmy je np. θ_1 .

- d) Obracamy stolik tak, by wiązka **załamana** ślizgała się po powierzchni pryzmatu, stanowiącej wewnętrzną ściankę kuwety. W takim ustawieniu wiązka pada na granicę szkło-powietrze pod kątem granicznym.
- e) Na podziałce kątowej stolika, zaopatrzonej w noniusz, odczytujemy nowe położenie stolika, oznaczmy je np. θ_2 .
- f) Pomiary powtarzamy kilkakrotnie.

Propozycja zapisu wyników:

Szkło

Położenie normalnej θ_1 [jednostka]	Położenie θ_2 $\Delta\theta = \dots\dots$

gdzie $\Delta\theta$ jest błędem systematycznym wynikającym z dokładności przyrządu.

2. Współczynnik załamania cieczy

- a) Wnętrze kuwety wypełniamy badaną cieczą.
- b) Sprawdzamy, czy wiązka światła pada na środek pryzmatu szklanego.
- c) Obracamy stolik tak, by wiązkę **odbity** od pryzmatu zawrócić z powrotem do lasera. Na podziałce kątowej stolika, zaopatrzonej w noniusz, odczytujemy położenie normalnej, oznaczmy je np. θ_1 .
- d) Obracamy stolik tak, by wiązka **załamana** ślizgała się po powierzchni pryzmatu, stanowiącej wewnętrzną ściankę kuwety. W takim ustawieniu wiązka pada na granicę szkło-ciecz pod kątem granicznym.
- e) Na podziałce kątowej stolika, zaopatrzonej w noniusz, odczytujemy nowe położenie stolika, oznaczmy je np. θ'_2 .
- f) Pomiary dla **każdej cieczy** powtarzamy kilkakrotnie.

Propozycja zapisu wyników:

Rodzaj cieczy wypełniającej kuwetę:.....

Położenie normalnej θ_1 [jednostka]	Położenie θ'_2 $\Delta\theta = \dots\dots$

gdzie $\Delta\theta$ jest błędem systematycznym wynikającym z dokładności przyrządu.

Opracowanie wyników

- a) Obliczamy wartości średnie położenia θ_1 i θ_2 . Błędy obliczamy uwzględniając niepewność losową i systematyczną.
- b) Z różnicy położenia wyznaczamy kąt padania $\alpha = |\bar{\theta}_2 - \bar{\theta}_1|$. Błąd obliczamy metodą propagacji niepewności pomiarowych.
- c) Obliczamy współczynnik załamania szkła. Błąd obliczamy metodą propagacji niepewności pomiarowych.
- d) Dla każdej cieczy z różnicy położenia wyznaczamy kąt padania $\alpha' = |\bar{\theta}_2' - \bar{\theta}_1|$. Błąd obliczamy metodą propagacji niepewności pomiarowych.
- e) Obliczamy współczynnik załamania cieczy. Błąd obliczamy metodą propagacji niepewności pomiarowych.
- f) We wnioskach spróbujemy ocenić dla każdej cieczy czy otrzymana wartość współczynnika załamania jest zgodna w granicach błędów doświadczalnych z wartością tablicową.