

O4. BADANIE ZJAWISKA DYFRAKCJI I INTERFERENCJI ŚWIATŁA LASEROWEGO

opracowały Bożena Janowska-Dmoch i Jadwiga Szydłowska

Gdy fala świetlna napotyka na swej drodze przeszkodę, w której znajduje się otwór o rozmiarach zbliżonych do długości fali, to za przeszkodą światło może rozprzestrzeniać się w całym dostępnym obszarze, tzn. ulegać dyfrakcji. Światło po przejściu przez szczelinę dociera do miejsc, które powinny leżeć w obszarze cienia, gdyby, zgodnie z przewidywaniami optyki geometrycznej, rozchodziło się tylko po liniach prostych. W wyniku dyfrakcji zmienia się też kształt czoła fali. Gdy rozmiar szczeliny jest nieco większa, to światło ugięte w różnych częściach otworu będzie interferować ze sobą dając charakterystyczne obrazy dyfrakcyjne.

Cel

Celem ćwiczenia jest pomiar szerokości szczeliny, odległości między szczelinami, wyznaczenie stałej siatki dyfrakcyjnej oraz długości fali lasera półprzewodnikowego, a także obserwacja obrazów dyfrakcyjnych otworów o różnych kształtach i obrazów interferencyjno-dyfrakcyjnych różnych układów szczelin.

Wymagania

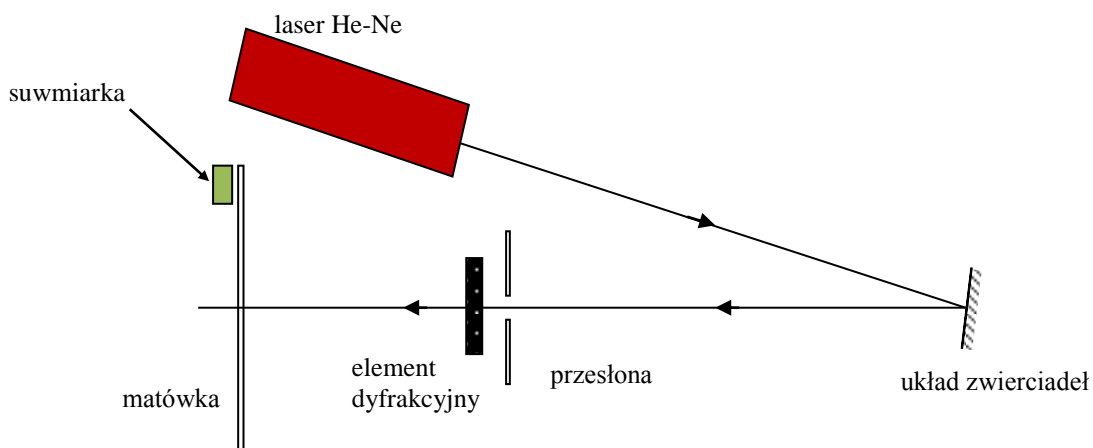
Światło jako fala elektromagnetyczna (wektory pola elektrycznego i magnetycznego) Zjawisko dyfrakcji i interferencji światła, spójność światła, dyfrakcja na pojedynczej szczelinie, dyfrakcja na dwóch i większej ilości szczelin, siatka dyfrakcyjna, rozszczepienie światła. **Należy zaprezentować jedną z metod opisu interferencji światła na dwóch wąskich szczelinach.**

Literatura

- B. Janowska-Dmoch, Zjawiska dyfrakcji i interferencji światła laserowego, część II instrukcji
- R. Resnick, D. Halliday, Fizyka, tom II, PWN
- J. Orear, Fizyka, tom II, WNT.
- D. Halliday, R. Resnick, J. Walker, Podstawy fizyki, tom IV, PWN

Opis przyrządu

Układ optyczny składa się z lasera Ne-Ne, układu zwierciadeł kierujących wiązkę, ławy optycznej, na której ustawiono przesłonę odcinającą rozproszone światło lasera, uchwyt elementów dyfrakcyjnych oraz zamocowaną w uchwycie matówką wraz z zamontowaną nad nią suwmiarką.



Element dyfrakcyjny (szczelina, układ szczelin, siatka dyfrakcyjna) jest oświetlany światłem lasera helowo-neonowego o długości fali wynoszącej 632,8 nm. Obraz interferencyjno-dyfrakcyjny przeszkody jest obserwowany na matówce, umieszczonej na końcu ławy optycznej. Dołączona suwmiarka służy do wyznaczania położenia charakterystycznych punktów wzoru dyfrakcyjnego (minimów lub maksimów)

Wyprowadzenie (nawet kilkoma metodami) wszystkich podstawowych **wzorów** dyfrakcyjnych omówionych poniżej podano w uzupełnieniu do instrukcji wykonawczej (Część II, str. 10÷20).

Część I. Podstawowe wzory

Pojedyncza szczelina

Przegroda zawierająca szczelinę o szerokości a jest oświetlona płaską falą elektromagnetyczną.

Rozkład natężenia światła na ekranie, umieszczonym w dużej odległości od szczeliny, w funkcji kąta ugięcia θ (wiązki padającej na ekran), opisuje wzór (II 3):

$$I = I_0 \left[\frac{\sin\left(k \frac{a}{2} \sin \theta\right)}{k \frac{a}{2} \sin \theta} \right]^2, \quad (1)$$

gdzie I_0 jest największą wartością natężenia światła w obrazie dyfrakcyjnym i odpowiada **centralnemu maksimum**, ponieważ gdy $\theta \rightarrow 0$ to $I \rightarrow I_0$, bo

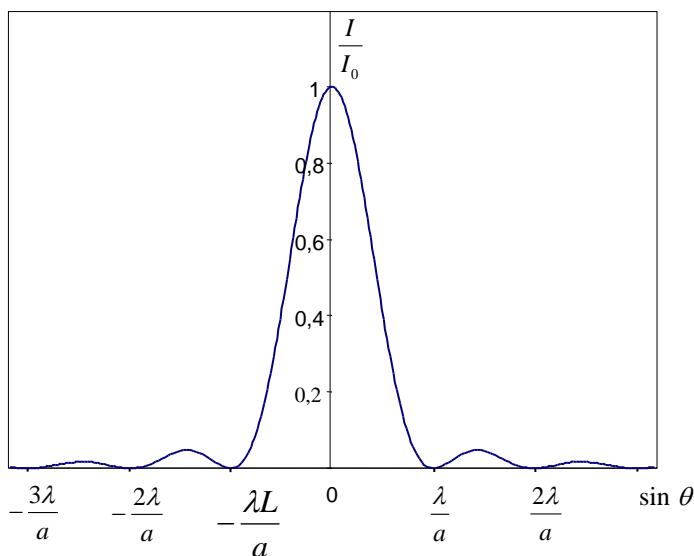
$$\lim_{\theta \rightarrow 0} \frac{\sin\left(k \frac{a}{2} \sin \theta\right)}{k \frac{a}{2} \sin \theta} = 1.$$

Kolejne **maksima dyfrakcyjne** występują w miejscach, gdzie argument funkcji sinus będzie równy nieparzystej wielokrotności $\frac{\pi}{2}$, czyli

$k \frac{a}{2} \sin \theta = (2m + 1) \frac{\pi}{2}$ lub $a \sin \theta = (2m + 1) \frac{\lambda}{2}$, gdzie $(m = \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots)$. Natężenie maksimów staje się coraz mniejsze.

Minima dyfrakcyjne, występują w miejscach gdzie natężenie $I = 0$, to znaczy, gdy argument funkcji sinus będzie równy całkowitej wielokrotności liczby π , czyli

$$k \frac{a}{2} \sin \theta = m\pi \quad \text{lub} \quad a \sin \theta = m\lambda, \quad \text{gdzie} \quad (m = \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots),$$



Ponieważ wymiary szczeliny są znacznie mniejsze od odległości przeszkody od ekranu ($a \ll L$) możemy zastosować przybliżenie

$$\sin \theta \cong \operatorname{tg} \theta = \frac{x}{L}, \quad (2)$$

gdzie x jest odległością od centrum wzoru. Minima dyfrakcyjne będą występować w następujących odległościach od centrum:

$$x = \frac{m\lambda L}{a} \quad (m = \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots).$$

Cechą obrazu dyfrakcyjnego jest to, że jasny prążek zerowego rzędu ma szerokość dwukrotnie większą niż jasne prążki dyfrakcyjne wyższych rzędów i w powyższym wzorze $m \neq 0$.

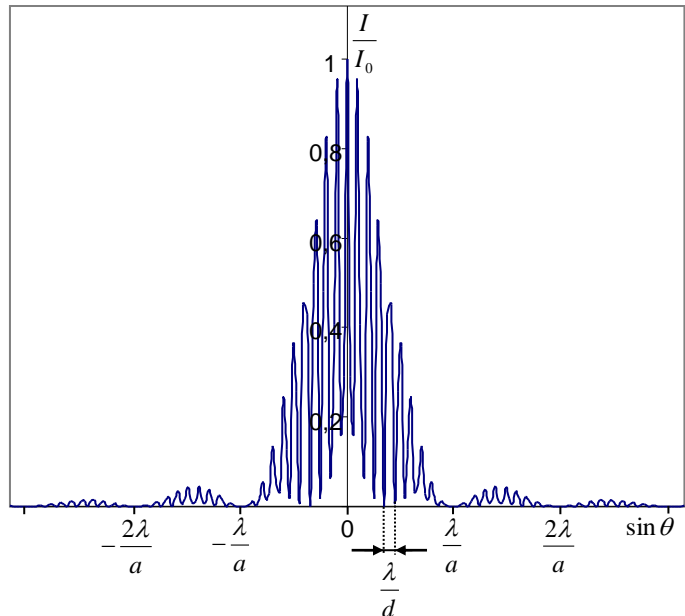
Pomiary odległości szczeliny od ekranu i **położenia minimów** we wzorze dyfrakcyjnym oraz znajomość długości fali światła oświetlającego szczelinę pozwalają wyznaczyć szerokość szczeliny ze wzoru:

$$a = \frac{m\lambda L}{x}. \quad (3)$$

Dwie szczeliny

Gdy dwie szczeliny, każda o szerokości a , znajdujące się w odległości d od siebie, są oświetlone płaską falą elektromagnetyczną, to fale wychodzące z takich szczelin będą ulegały dyfrakcji i jednocześnie będą ze sobą interferowały. W efekcie obraz interferencyjny pochodzący od 2 szczelin jest zmodulowany przez efekt dyfrakcji odzwierciedlający szerokość szczelin. Rozkład natężenia światła na ekranie jest opisany wzorem (II 1 i II 4):

$$I = I_0 \left[\frac{\sin\left(k \frac{a}{2} \sin \theta\right)}{k \frac{a}{2} \sin \theta} \right]^2 \cos^2\left(\frac{kd \sin \theta}{2}\right). \quad (4)$$



W powyższym równaniu I_0 jest maksymalnym natężeniem w centrum wzoru, drugi czynnik jest czynnikiem dyfrakcyjnym, związanym z dyfrakcją na szczeliny o szerokości a , natomiast trzeci czynnik jest czynnikiem interferencyjnym, opisującym interferencję światła z dwóch szczelin odległych od siebie o d .

Wzór dyfrakcyjny jest identyczny jak przedstawiony poprzednio (1) i minima dyfrakcyjne, występują w takich miejscach na ekranie, dla których $\sin \theta \cong \frac{x}{L} = \frac{m\lambda}{a}$, ($m = \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots$).

W zjawisku **interferencji** opisanym przez trzeci czynnik warunek jego zerowania daje położenia **minimów interferencyjnych**, czyli

$$\sin \theta \cong \frac{x}{L} = (2m+1) \frac{\lambda}{2d} \quad (m = \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots).$$

Natomiast **maksima interferencji** występują, gdy:

$$\sin \theta \cong \frac{x}{L} = \frac{m\lambda}{d} \quad (m = \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots)$$

Należy zwrócić wagę, że dwie powyższe zależności mają podobną postać jak w przypadku wzorów dyfrakcyjnych na szczelinie ale minima są zastąpione maksimami. Często jest to przyczyną pomyłek.

Odległość między dwoma kolejnymi prążkami interferencyjnymi jasnymi (maksima interferencyjne) lub ciemnymi (minima interferencyjne) jest we wzorze interferencyjnym stała i wynosi:

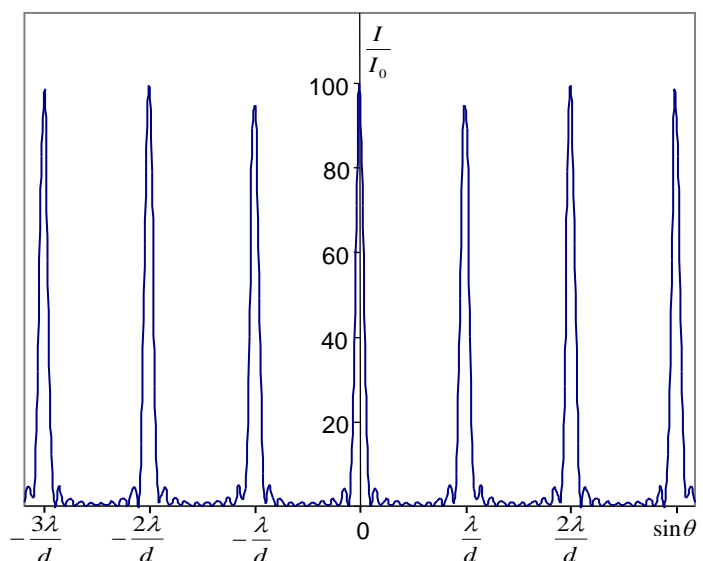
$$\Delta x = x(m) - x(m-1) = \frac{\lambda L}{d}$$

Pomiary odległości przeszkody od ekranu, położenia **minimów** we wzorze **dyfrakcyjnym**, **odległości** między prążkami **interferencyjnymi** oraz znajomość długości fali światła oświetlającego szczelinę pozwalają wyznaczyć zarówno odległość między szczelinami d , jak i szerokość a każdej ze szczelin ze wzorów:

$$a = \frac{m\lambda L}{x} \quad d = \frac{\lambda L}{\Delta x}. \quad (5)$$

Siatka dyfrakcyjna

Siatka dyfrakcyjna jest szeregiem równoległych szczelin o jednakowej szerokości, przedzielonych przegrodami o tej samej szerokości nieprzezroczystych dla światła. Odległość między szczelinami d nazywamy **stałą siatki**. Gdy N szczelin znajdujących się w odległości d od siebie, jest oświetlonych płaską falą elektromagnetyczną, to fale wychodzące z takich szczelin będą ulegały dyfrakcji i jednocześnie będą ze sobą interferowały. Rozkład natężenia światła na ekranie jest opisany wzorem (II 2):



$$I = I_0 \left[\frac{\sin\left(\frac{kNd \sin \theta}{2}\right)}{\sin\left(\frac{kd \sin \theta}{2}\right)} \right]^2 \quad (6)$$

gdzie I_0 jest natężeniem światła wychodzącym z pojedynczej szczeliny. Rysunek przedstawia rozkład natężenia światła na ekranie obliczony dla dziesięciu szczelin ($N = 10$). Natężenie I światła w centrum ekranu, gdzie wszystkie fale docierają w zgodnych fazach (tzn. $\sin \theta \approx 0$) i gdzie zewnętrzną funkcję sinus można wyrazić wykorzystując przybliżenie $\sin \alpha \approx \alpha$ (dla małych α), spełnia warunek:

$$\frac{I}{I_0} \cong \left(\frac{kNd \sin \theta}{2} \cdot \frac{2}{kd \sin \theta} \right)^2 = N^2.$$

Jest to **maksimum zerowego rzędu**. Taką samą wartość natężenia, równą $N^2 I_0$, zaobserwujemy w tych punktach na ekranie, dla których obie funkcje $\sin \frac{kNd \sin \theta}{2}$ oraz $\sin \frac{kd \sin \theta}{2}$ jednocześnie zbiegają do zera, tzn. gdy $\frac{kd \sin \theta}{2} = m\pi$ lub $d \sin \theta = m\lambda$ ($m = \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots$). Są to tzw. **maksima główne** odpowiadające kolejnym rzędom dyfrakcji m . Dokładniejszą analizę rozkładu natężenia światła dla N szczelin przedstawiono w uzupełnieniu do instrukcji wykonawczej.

Ponieważ maksima interferencyjne dla siatki dyfrakcyjnej w naszym przypadku pojawiają się w większej odległości x_m od centrum wzoru niż przy dyfrakcji na szczelinach, wielkości tej nie można zaniedbać przy obliczaniu funkcji sinus. Funkcje tę należy wyrazić jako

$$\sin \theta = \frac{x_m}{\sqrt{x_m^2 + L^2}}. \quad (7)$$

Z pomiarów odległości szczeliny L od ekranu i położenia maksimów głównych x_m na ekranie oraz znajomości długości fali światła oświetlającego siatkę można wyznaczyć stałą siatki dyfrakcyjnej ze wzoru:

$$d = \frac{m\lambda \sqrt{x_m^2 + L^2}}{x_m}. \quad (8)$$

Analogicznie z pomiarów odległości szczeliny od ekranu i położenia maksimów głównych na ekranie dla siatki, o znanej stałej, oświetlonej światłem monochromatycznym o nieznannej długości fali, można tę długość fali wyznaczyć ze wzoru:

$$\lambda = \frac{x_m d}{m \sqrt{x_m^2 + L^2}}. \quad (9)$$

Wykonanie ćwiczenia

Wyniki wszystkich pomiarów muszą być zapisane w sprawozdaniu, opatrzone odpowiednimi jednostkami i podpisane przez asystenta.

Wyznaczanie szerokości szczeliny

- Na drodze wiązki światła ($\lambda = 632,8 \text{ nm}$) ustawiamy tarczę z pojedynczymi szczelinami. Obrót tarczy pozwala na wybór szczeliny. Asystent wybiera szczeliny, których parametry będziemy mierzyć. Na matowym ekranie obserwujemy wzory dyfrakcyjne.
- Mierzmy suwmiarką położenia minimów dyfrakcyjnych. Ruchome ramię suwmiarki przesuwamy do minimum pierwszego rzędu po lewej stronie maksimum głównego i odczytujemy na skali suwmiarki położenie ramienia x_l uwzględniając wskazania noniusza. Przesuwamy suwmiarkę do minimum pierwszego rzędu po drugiej stronie maksimum głównego i zapisujemy jego położenie x_p . Analogicznie mierzymy położenia kilku minimów dyfrakcyjnych wyższych rzędów.
- Każdy pomiar wykonujemy 5 razy.
- Mierzmy odległość L między ekranem i szczeliną

Propozycja zapisu wyników:

$a = \dots\dots$		$L = \dots\dots$			
Rząd dyfrakcji m	Odczyt na suwmiarce x_l [jednostka]	Wartość średnia \bar{x}_l [jednostka]	Odczyt na suwmiarce x_p [jednostka]	Wartość średnia \bar{x}_p [jednostka]	$x = \frac{\bar{x}_p - \bar{x}_l}{2}$

Wyznaczanie szerokości szczeliny i odległości między dwoma szczelinami

- Na drodze wiązki światła ($\lambda = 632,8 \text{ nm}$) ustawiamy tarczę z układami szczelin. Obrót tarczy powoduje, że w wiązkę światła wprowadzane są podwójne szczeliny o różnych szerokościach i różnych odległościach. Na matowym ekranie **obserwujemy** odpowiadające im wzory interferencyjno-dyfrakcyjne.
- Asystent wybiera podwójne szczeliny, których wzór dyfrakcyjny będziemy mierzyć.
- Przystępujemy do pomiarów położenia minimów dyfrakcyjnych i odległości między prążkami interferencyjnymi. Minima dyfrakcyjne odzwierciedlające szerokość szczeliny mierzymy tak, jak dla pojedynczej szczeliny w punkcie b). Wyniki notujemy w podobnej tabeli.
- Wybieramy grupę np. 7 drobnych dobrze widocznych prążków interferencyjnych. (Najlepiej jest, gdy będą to prążki w centrum wzoru dyfrakcyjnego.) Mierzmy

położenia $x(m)$ minimum lub maksimum wzoru interferencyjnego od lewej strony do prawej, gdzie m jest kolejnym numerem prążka.

- Ruchome ramie suwmiarki ustawiamy w minimum (lub maksimum) i odczytujemy na skali położenie ramienia z uwzględnieniem noniusza.
- Mierzymy odległość L między szczelinami a ekranem

Propozycja zapisu wyników:

$$d = \dots \quad L = \dots$$

Numer prążka m	Odczyt na suwmiarce x [jednostka]	Wybrana para pomiarów m i n	$\Delta x = \frac{x(m) - x(n)}{m - n}$ [jednostka]

Wyznaczanie stałej siatki dyfrakcyjnej

- Na drodze wiązki światła ($\lambda = 632,8$ nm) ustawiamy siatkę dyfrakcyjną w takiej odległości od ekranu, aby na matówce zmieściły się maksima interferencyjne **drugiego** lub **trzeciego** rzędu.
- Mierzymy położenia maksimumów na matówce. Ruchome ramie suwmiarki przesuwamy do maksimum pierwszego rzędu po lewej stronie maksimum głównego. Ustawiamy ramię suwmiarki w maksimum intensywności plamki (w jej centrum) i odczytujemy na skali suwmiarki położenie ramienia $x_l(l)$ uwzględniając wskazania noniusza. Przesuwamy suwmiarke do maksimum pierwszego rzędu po drugiej stronie maksimum głównego również w centrum intensywności plamki i zapisujemy jego położenie $x_p(l)$. Analogicznie mierzymy położenia maksimumów interferencyjnych wyższych rzędów $m = 2, 3$.
- Każdy pomiar wykonujemy 5 razy.
- Mierzymy odległość L między siatką a ekranem.

Propozycja zapisu wyników:

$$d = \dots \quad L = \dots$$

Rząd interferencji m	Odczyt na suwmiarce $x_l(m)$ [jednostka]	Wartość średnia $\bar{x}_l(m)$ [jednostka]	Odczyt na suwmiarce $x_p(m)$ [jednostka]	Wartość średnia $\bar{x}_p(m)$ [jednostka]	$x_m = \frac{\bar{x}_p(m) - \bar{x}_l(m)}{2}$

Wyznaczanie długości fali lasera półprzewodnikowego

Źródłem światła jest laser półprzewodnikowy o nieznannej długości fali.

- Siatkę dyfrakcyjną oświetlamy laserem półprzewodnikowym. Położenie siatki względem ekranu regulujemy tak, aby na matówce zmieściły się maksima dyfrakcyjne **drugiego** lub trzeciego rzędu .
- Położenia maksimów interferencyjnych odczytujemy tak, jak w punktach b) - c) przy wyznaczaniu stałej siatki..
- Mierzymy odległość L między siatką a ekranem.
- Wyniki zapisujemy w identycznej tabeli

Opracowanie wyników

Wyznaczanie szerokości szczeliny

- Dla każdego rzędu dyfrakcji m obliczamy wartości średnie położenia minimów \bar{x}_l i \bar{x}_p , odchylenia standardowe średnich S i niepewność Δx_l oraz Δx_p uwzględniając niepewności losową i systematyczną.
- Dla każdego rzędu dyfrakcji obliczamy przesunięcie minimum x od centrum wzoru dyfrakcyjnego jako $x = \frac{\bar{x}_p - \bar{x}_l}{2}$.
- Błąd Δx pomiaru położenia minimum dyfrakcyjnego x obliczamy metodą propagacji niepewności pomiarowych (podać wzory) uwzględniając wartości Δx_l oraz Δx_p .
- Dla każdego m obliczamy szerokość szczeliny ze wzoru (3):
- Obliczamy błąd pomiaru szerokości szczeliny Δa_m metodą propagacji niepewności pomiarowych (podać wzory). Jeśli niepewności dla kolejnych rzędów dyfrakcji są różne, czyli $\Delta a_1 \neq \Delta a_2 \neq \Delta a_3$, to wartość średnią \bar{a} ze wszystkich pomiarów i niepewność pomiarową Δa liczymy metodą średniej ważonej.

Wyznaczanie odległości między szczelinami i szerokości każdej z nich.

- Wybieramy pary zmierzonych wartości położenia minimów lub maksimów $x(m)$ oraz $x(n)$. Korzystne jest, gdy prążki są odległe od siebie. Obliczamy odległość Δx między sąsiednimi prążkami ze wzoru: $\Delta x = \frac{x(m) - x(n)}{m - n}$.
- Otrzymane wartości Δx traktujemy jako wyniki pomiarów i obliczamy wartość średnią $\Delta \bar{x}$.
- Obliczamy odchylenie standardowe średniej i niepewność $\Delta(\Delta x)$ (podać wzory).
- Wyznaczamy odległość między szczelinami d ze wzoru (5).
- Obliczamy błąd pomiaru odległości d metodą propagacji niepewności pomiarowych z uwzględnieniem wartości $\Delta(\Delta x)$ (podać wzory).
- Szerokość szczelin** wyznaczamy tak samo jak dla pojedynczej szczeliny.

Wyznaczanie stałej siatki dyfrakcyjnej.

- a. Dla każdego rzędu dyfrakcji m obliczamy wartości średnie położenia maksimum \bar{x}_l i \bar{x}_p , odchylenia standardowe średnich S i niepewność Δx_l oraz Δx_p uwzględniając niepewności losową i systematyczną.
- b. Dla każdego rzędu dyfrakcji obliczamy przesunięcie maksimum x od centrum wzoru dyfrakcyjnego jako $x = \frac{\bar{x}_p - \bar{x}_l}{2}$.
- c. Błąd Δx pomiaru położenia maksimum interferencyjnego x obliczamy metodą propagacji niepewności pomiarowych (podać wzory) uwzględniając wartości Δx_l oraz Δx_p .
- d. Dla każdego m obliczamy stałą siatki dyfrakcyjnej d ze wzoru (7):
- e. Obliczamy błąd pomiaru stałej siatki Δd_m metodą propagacji niepewności pomiarowych (podać wzory). Jeśli niepewności dla kolejnych rzędów dyfrakcji są różne, czyli $\Delta d_1 \neq \Delta d_2 \neq \Delta d_3$, to wartość średnią \bar{d} ze wszystkich pomiarów i niepewność pomiarową Δd liczymy metodą średniej ważonej.
- b) Wyznaczamy liczbę linii przypadających w siatce na 1 mm ze wzoru:

$$N = \frac{1\text{mm}}{d}$$

Wyznaczanie długości fali lasera półprzewodnikowego.

- a) Obliczenia wykonujemy tak jak w punktach a) – c) przy wyznaczaniu stałej d siatki dyfrakcyjnej
- b) Dla każdego m wyznaczamy długość fali λ lasera półprzewodnikowego ze wzoru (8)
- c) Obliczamy niepewność pomiarową $\Delta \lambda_m$ metodą propagacji niepewności pomiarowych (podać wzory). Jeśli niepewności dla kolejnych rzędów dyfrakcji są różne, czyli $\Delta \lambda_1 \neq \Delta \lambda_2$, to średnią wartość $\bar{\lambda}$ i jej niepewność $\Delta \lambda$ liczymy metodą średniej ważonej.

Wnioski

We wnioskach do pierwszych dwóch części opracowania spróbujmy opisać

- jakie zmiany zaobserwowano we wzorach dyfrakcyjnych przy zmianie kształtów lub wymiarów przeszkody.

We wnioskach do każdej części opracowania spróbujmy ocenić

- które pomiary mają większą dokładność i dlaczego.
- czy wyniki pomiarów są zgodne w granicach błędów doświadczalnych z wartościami podanymi przez producenta.
- czy wyznaczona długość fali lasera półprzewodnikowego odpowiada jego barwie.

II. ZJAWISKA DYFRAKЦИИ I INTERFERENCJI ŚWIATŁA LASEROWEGO

II 1. Dwie wąskie szczeliny

Przegroda zawierająca dwie szczeliny Z_1 i Z_2 jest oświetlona płaską falą elektromagnetyczną. Zakładamy, że szczeliny są tak wąskie, że każda z nich zgodnie z zasadą Huygensa (czyt. Højhensa), staje się źródłem nowej fali kulistej. W przestrzeni za szczelinami rozchodzą się dwie fale kuliste. Fale te nakładają się na siebie, tzn. interferują ze sobą.

Zbadajmy rezultat interferencji fal docierających do ekranu w punkcie P (patrz rysunek) ze szczelin oddalonych od siebie na odległość d .

Gdy fala padająca jest monochromatyczna, to fale które powstają w źródłach Z_1 i Z_2 mają te same amplitudy E_0 , częstości kołowe ω i te same fazy. Jednak aby dotrzeć do punktu P fala ze źródła Z_1 musi pokonać drogę r_1 , inną niż fala ze źródła Z_2 , która pokonuje drogę r_2 .

Fale docierające do punktu P zapiszemy wzorami:

$$E_1 = E_{01} \cos(\omega t - kr_1) \quad E_2 = E_{02} \cos(\omega t - kr_2).$$

Gdy odległość d między szczelinami jest rzędu ułamka milimetra i jest znacznie mniejsza od odległości przegrody od ekranu L (rzędu metrów), to różnicę w amplitudach obu fal możemy zaniedbać, czyli $E_{01} \approx E_{02} \approx E_0$.

Fala w punkcie P będzie superpozycją fal docierających z obu szczelin

$$E_p = E_1 + E_2 = E_0 \cos(\omega t - kr_1) + E_0 \cos(\omega t - kr_2)$$

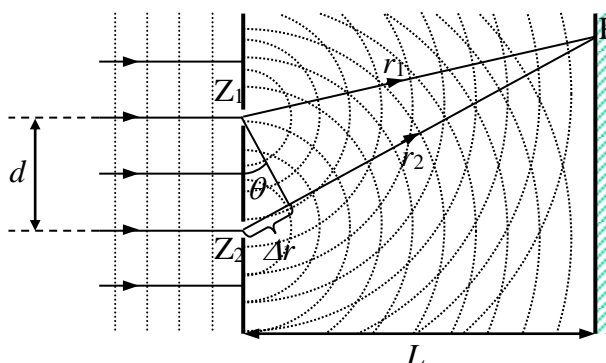
I metoda – dodawanie funkcji trygonometrycznych.

Korzystając ze wzoru na sumę kosinusów $\cos \alpha + \cos \beta = 2 \cos \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$ zapiszemy

$$E_p = 2E_0 \cos \frac{k(r_2 - r_1)}{2} \cos \left[\omega t - \frac{k(r_1 + r_2)}{2} \right].$$

Jest to równanie fali stojącej. Maksymalna **amplituda** tej fali, $E_{p0} = 2E_0 \cos \frac{k(r_2 - r_1)}{2}$, zależy od różnicy dróg Δr przebytych przez obie fale.

Natężenie światła w punkcie P jest proporcjonalne do kwadratu amplitudy fali, czyli $I \sim E_p^2$. Ponieważ większość detektorów, w tym także nasze oko, mierzy wartość średnią natężenia uśrednioną po wielu okresach, to obserwowane lub rejestrowane natężenie będzie



$$I_{sr} \cong \langle E_P^2 \rangle = \frac{1}{T} \int_0^T I dt = \frac{4E_0^2}{T} \cos^2 \left[\frac{k(r_2 - r_1)}{2} \right] \cdot \int_0^T \cos^2 \left[\omega t - \frac{k(r_1 + r_2)}{2} \right] dt.$$

Całką $\int_0^T \cos^2 \left[\omega t - \frac{k(r_1 + r_2)}{2} \right] dt = \frac{T}{2}$, więc średnie natężenie światła w punkcie P można zapisać

$$I_{sr} = I_0 \cos^2 \frac{k\Delta r}{2},$$

gdzie I_0 jest maksymalnym średnim natężeniem światła, a $\Delta r = r_2 - r_1$ jest różnicą dróg.

Natężenie światła w dowolnym punkcie na ekranie zależy tylko od różnicy dróg Δr jaką muszą przejść fale ze źródła do danego punktu i zmienia się periodycznie jak kwadrat funkcji kosinus (patrz rysunek). Gdy $L \gg d$, to promienie r_1 i r_2 można traktować jak proste równoległe, a wtedy $\Delta r = d \sin \theta$. W miejscach, gdzie różnica dróg jest równa zero lub całkowitej wielokrotności długości fali,

$$\Delta r = d \sin \theta = m\lambda \quad (m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots),$$

obie fale docierają w zgodnych fazach i wzmacniają się (**interferencja konstruktywna**). Natężenie światła przyjmuje w tych punktach wartość maksymalną równą I_0 (jasne prążki).

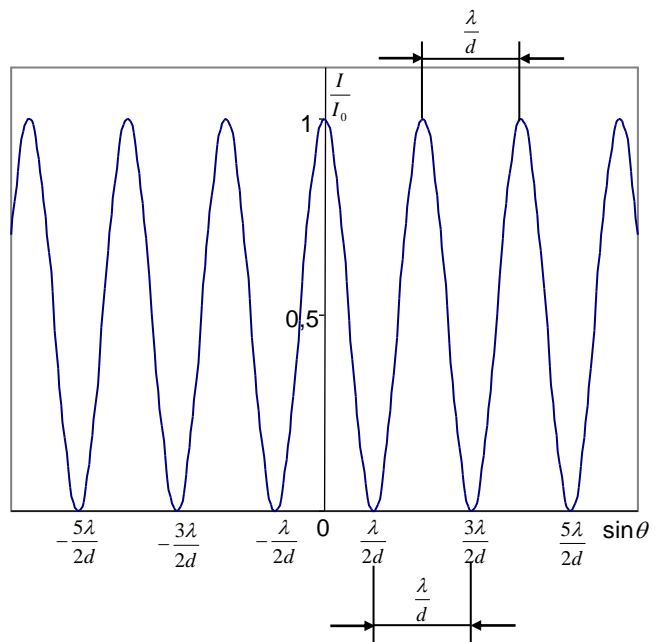
Dla małych kątów θ możemy zastosować przybliżenie $\sin \theta \cong \text{tg} \theta = \frac{x}{L}$, gdzie x jest odległością punktu P od punktu O. Położenie jasnych prążków na ekranie opisane jest wzorem:

$$x(I_{\max}) = \frac{m\lambda L}{d}.$$

Gdy różnica dróg jest równa nieparzystej wielokrotności połówek fali, czyli

$$\Delta r = d \sin \theta = (2m + 1) \frac{\lambda}{2} \quad (m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots)$$

to spotykające się w takich punktach fale będą miały przeciwne fazy i będą się wzajemnie wygaszały (**interferencja destruktywna**). Natężenie światła w tych punktach będzie równe zero (ciemne prążki). Położenie ciemnych prążków na ekranie opisane jest wzorem:



$$x(I_{\min}) = (2m+1) \frac{\lambda L}{2d}.$$

W pozostałych miejscach ekranu natężenie światła będzie należało do przedziału $[0, I_0]$.
Odległość między dwoma jasnymi lub dwoma ciemnymi prążkami interferencyjnymi jest taka sama i wynosi $\Delta x = \frac{\lambda L}{d}$.

II metoda – z zastosowaniem liczb zespolonych.

Amplituda fali opisanej równaniem $E = E_0 \cos(\omega t - kr)$ jest częścią rzeczywistą liczby zespolonej E' , którą można zapisać:

$$E' = E_0 e^{i(\omega t - kr)} = \underbrace{E_0 \cos(\omega t - kr)}_{\text{część rzeczywista}} + i \underbrace{E_0 \sin(\omega t - kr)}_{\text{część urojona}}, \quad \text{gdzie } i = \sqrt{-1}.$$

Amplituda zespolona fali w punkcie P jest sumą amplitud zespolonych fal docierających do tego punktu z obu szczelin, czyli

$$E'_p = E'_1 + E'_2 = E_0 e^{i(\omega t - kr_1)} + E_0 e^{i(\omega t - kr_2)} = E_0 e^{i\omega t} (e^{-ikr_1} + e^{-ikr_2})$$

a ponieważ $r_2 = r_1 + \Delta r$, to

$$E'_p = E_0 e^{i\omega t} e^{-ikr_1} (1 + e^{-ik\Delta r}) = E_0 e^{i(\omega t - kr_1)} e^{-ik\frac{\Delta r}{2}} \left(e^{ik\frac{\Delta r}{2}} + e^{-ik\frac{\Delta r}{2}} \right)$$

$$E'_p = 2E_0 \cos \frac{k\Delta r}{2} e^{i\left(\omega t - kr_1 - k\frac{\Delta r}{2}\right)}$$

Natężenie światła I w punkcie P jest wprost proporcjonalne do kwadratu modułu liczby E'_p

$$I \sim E'_p \cdot E'^*_p = 4E_0^2 \cos^2 \frac{k\Delta r}{2},$$

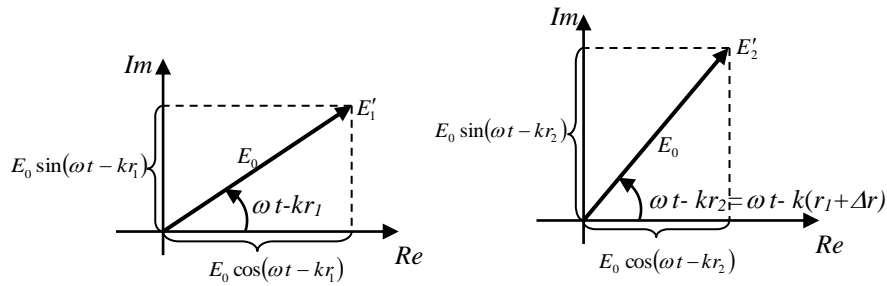
co możemy zapisać równaniem

$$I = I_0 \cos^2 \frac{k\Delta r}{2},$$

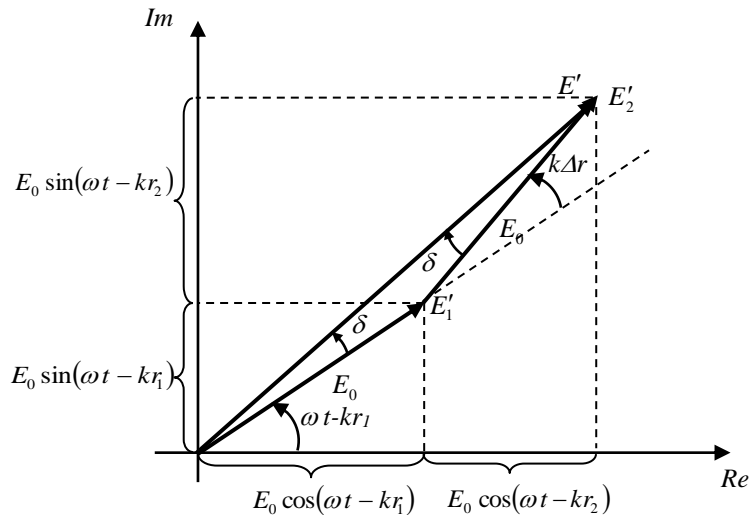
gdzie I_0 jest maksymalnym natężeniem światła. Analiza wzoru jest taka jak w I metodzie.

III metoda – dodawanie graficzne.

Amplitudy zespolone E'_1 i E'_2 można przedstawić graficznie na płaszczyźnie zespolonej jako wektory o długości E_0 obracające się z częstością kątową ω wokół początku układu współrzędnych przeciwnie do kierunku ruchu wskazówek zegara. W ustalonej chwili czasu E'_1 i E'_2 można przedstawić na wykresach:



Amplitudę fali wypadkowej możemy zapisać $E' = E \cos(\omega t - kr_1 + \delta)$, gdzie E jest podstawą trójkąta równoramiennego o bokach E_0 i kątach przy podstawie równych δ .



$$\frac{1}{2} E = E_0 \cos \delta$$

Z twierdzenia o kącie zewnętrznym w trójkącie $k\Delta r = 2\delta$, czyli

$$E = 2E_0 \cos \frac{k\Delta r}{2}$$

Natężenie światła I w punkcie P jest wprost proporcjonalne do E^2 , czyli

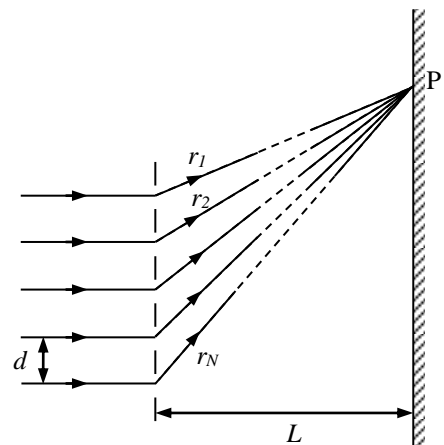
$$I = I_0 \cos^2 \frac{k\Delta r}{2}.$$

Analiza wzoru jest taka sama jak w I metodzie.

II 2. Układ N wąskich szczelin – siatka dyfrakcyjna

N równoodległych od siebie szczelin jest oświetlonych płaską falą elektromagnetyczną. Zakładamy, że szczeliny są tak wąskie, że każda z nich staje się źródłem nowej fali kulistej. Za przegrodą fale kuliste ze wszystkich szczelin interferują ze sobą.

Zbadajmy rezultat interferencji fal docierających do ekranu w punkcie P. Gdy odległość siatki od ekranu L jest dużo większa od odległości między szczelinami d ($L \gg d$), to promienie r_1, r_2, \dots, r_N można traktować jako proste równoległe. Różnice dróg między dwoma



kolejnymi promieniami docierającymi do punktu P są sobie równe:

$$r_N - r_{N-1} = \dots = r_2 - r_1 = \Delta r.$$

Fala w punkcie P jest superpozycją fal docierających ze wszystkich szczelin, czyli

$$\begin{aligned} E_P &= E_1 + E_2 + \dots + E_N = \\ &= E_0 \cos(\omega t - kr_1) + E_0 \cos[\omega t - k(r_1 + \Delta r)] + \dots + E_0 \cos[\omega t - k(r_1 + N\Delta r)] \end{aligned}$$

Aby obliczyć rezultat nałożenia się N zaburzeń falowych trzeba obliczyć sumę szeregu trygonometrycznego.

I metoda - z zastosowaniem liczb zespolonych.

Zespoloną sumę N zaburzeń falowych można zapisać następująco:

$$\begin{aligned} E'_P &= E_0 e^{i(\omega t - kr_1)} + E_0 e^{i[\omega t - k(r_1 + \Delta r)]} + \dots + E_0 e^{i[\omega t - k(r_1 + N\Delta r)]} = \\ &= E_0 e^{i(\omega t - kr_1)} [1 + e^{-ik\Delta r} + \dots + e^{-iNk\Delta r}] \end{aligned}$$

Wyrazy w nawiasie tworzą szereg geometryczny o ilorazie $q = e^{-ik\Delta r}$. Sumę postępu geometrycznego znajdujemy ze wzoru: $S_N = a_1 \frac{q^N - 1}{q - 1}$, gdzie a_1 jest pierwszym wyrazem szeregu.

$$S_N = \frac{e^{-ikN\Delta r} - 1}{e^{-ik\Delta r} - 1} = \frac{e^{-\frac{i k N \Delta r}{2}} \left(e^{-\frac{i k N \Delta r}{2}} - e^{\frac{i k N \Delta r}{2}} \right)}{e^{-\frac{i k \Delta r}{2}} \left(e^{-\frac{i k \Delta r}{2}} - e^{\frac{i k \Delta r}{2}} \right)} = e^{-\frac{i k (N-1) \Delta r}{2}} \frac{\sin \frac{k N \Delta r}{2}}{\sin \frac{k \Delta r}{2}}.$$

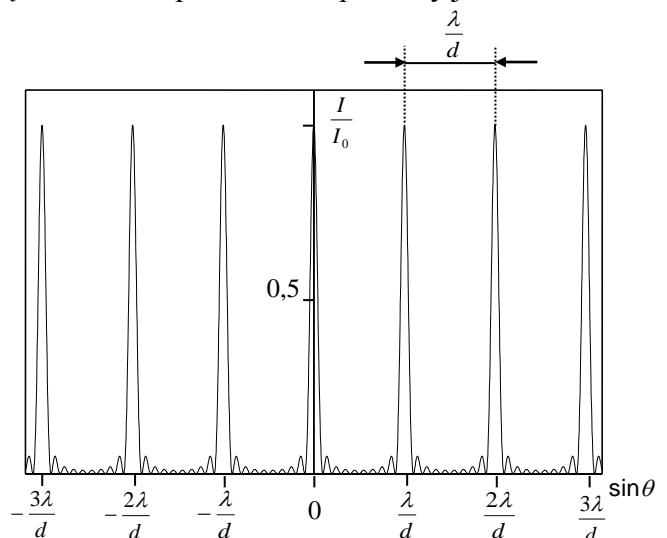
Zespolone zaburzenie E'_P zapiszemy

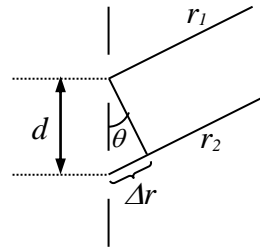
$$E'_P = E_0 e^{i(\omega t - kr_1)} e^{-\frac{i k (N-1) \Delta r}{2}} \frac{\sin \frac{k N \Delta r}{2}}{\sin \frac{k \Delta r}{2}},$$

a korzystając z własności liczb zespolonych natężenie fali w punkcie P zapiszemy jako:

$$I \sim |E'_P|^2 = E'_P \cdot E'^*_P = E_0^2 \left(\frac{\sin \frac{k N \Delta r}{2}}{\sin \frac{k \Delta r}{2}} \right)^2$$

Rysunek obok przedstawia rozkład natężenia światła na ekranie dla $N = 10$ szczelin. Rozkład ten zależy od różnicy dróg Δr dla dwu promieni wychodzących z dwóch kolejnych szczelin (rysunek poniżej) oraz od





liczby oświetlonych szczelin N . Gdy $L \gg d$, to różnicę dróg można wyrazić przez $\Delta r = d \sin \theta$.

Natężenie światła w centrum ekranu, gdzie wszystkie fale docierają w zgodnych fazach i gdzie $\Delta r \rightarrow 0$ można znaleźć wykorzystując przybliżenie $\sin \alpha \approx \alpha$, czyli

$$I_{\max} \approx I_0 \left(\frac{kN\Delta r}{2} \cdot \frac{2}{k\Delta r} \right)^2 = N^2 I_0.$$

Tę samą wartość natężenia, równą $I_{\max} = N^2 I_0$, zaobserwujemy w tych punktach, dla których obie funkcje (w liczniku i w mianowniku) jednocześnie zbiegają do zera, tzn. gdy $\frac{k\Delta r}{2} = m\pi$ lub $\Delta r = d \sin \alpha = m\lambda$ ($m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$). Są to tzw. **maksima główne**. Ich położenie opisuje wzór:

$$d \sin \theta = m\lambda,$$

nazywany wzorem siatkowym. Wyrażając $\sin \theta = \frac{x}{\sqrt{x^2 + L^2}}$ wzór siatkowy zapiszemy w formie

$$d \frac{x}{\sqrt{x^2 + L^2}} = m\lambda,$$

gdzie x jest położeniem maksimum m -tego rzędu na ekranie.

Funkcja $\sin \frac{kN\Delta r}{2}$ zmienia się N – krotnie szybciej niż funkcja $\sin \frac{k\Delta r}{2}$ to znaczy, że w tym samym przedziale argumentów, np. dla $m = 1$ w przedziale od 0 do π , funkcja $\sin \frac{kN\Delta r}{2}$

N – krotnie staje się zerem, a $\sin \frac{k\Delta r}{2}$ tylko raz. W tym samym przedziale argumentów $N - 1$

razy będzie tak, że gdy $\frac{kN\Delta r}{2} = \pi$, lub $\sin \theta = \frac{\lambda}{dN}$, to $\sin \frac{kN\Delta r}{2} = 0 \wedge \sin \frac{k\Delta r}{2} \neq 0$.

W takich punktach natężenie światła przyjmuje wartość minimalną $I_{\min} = 0$. Są to **minima** wzoru dyfrakcyjnego.

Natomiast w takich miejscach, gdzie funkcja $\sin \frac{kN\Delta r}{2} = 1 \wedge \sin \frac{k\Delta r}{2} \neq 0$, co w tym samym przedziale od 0 do π zdarzy się $N - 2$ razy, występują **maksima wtórne**.

Dla siatki dyfrakcyjnej, dla której N jest rzędu 100 i więcej, na ekranie widoczne będą tylko maksima główne.

II metoda – dodawanie graficzne.

Dodajemy graficznie N funkcji falowych o jednakowych amplitudach E_0 takich, że każde następne zaburzenie jest pod kątem $k\Delta r$ do poprzedniego. Kolejne zaburzenia falowe są bokami wielokąta foremnego o N bokach. Niech punkt O będzie środkiem wielokąta, zaś przez R oznaczmy promień okręgu opisanego na tym wielokącie. Trójkąty ABO i BCO są przystającymi trójkątami równoramiennymi. Z własności trójkątów równoramiennych wynika, że jeśli podstawy tworzą kąt $k\Delta r$, to kąt między wysokościami też jest równy $k\Delta r$. Z trójkąta ABO wynika, że

$$\frac{1}{2} E_0 = R \sin\left(\frac{k\Delta r}{2}\right) \Rightarrow R = \frac{E_0}{2 \sin \frac{k\Delta r}{2}}.$$

Ponieważ kąt AOD jest równy $Nk\Delta r$, więc z trójkąta AOD obliczymy

$$\frac{1}{2} E = R \sin\left(\frac{kN\Delta r}{2}\right)$$

a po podstawieniu R amplitudę fali świetlnej w punkcie P ekranu zapiszemy

$$E = E_0 \frac{\sin\left(\frac{kN\Delta r}{2}\right)}{\sin\left(\frac{k\Delta r}{2}\right)}.$$

Wzór na natężenie fali w punkcie P ekranu jest taki sam jak otrzymany I metodą, czyli

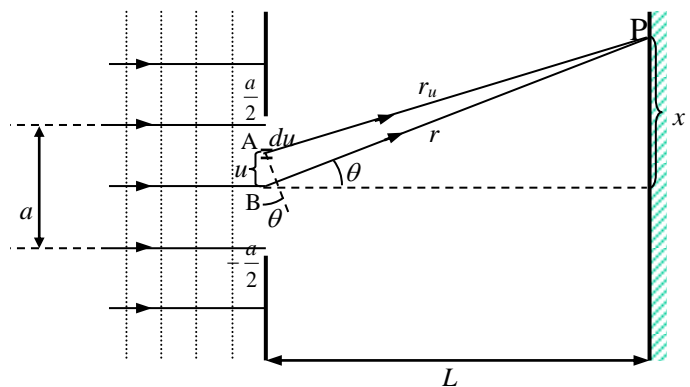
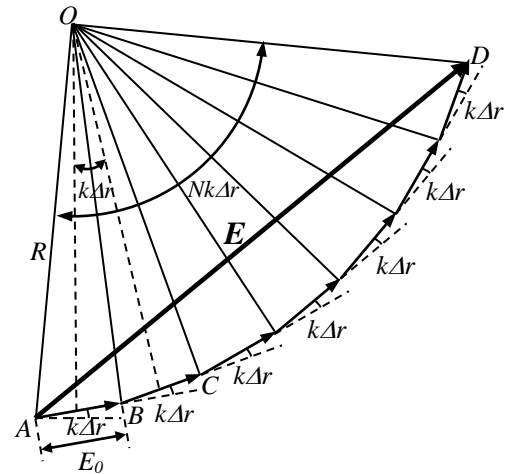
$$I \sim E^2 = E_0^2 \left(\frac{\sin \frac{kN\Delta r}{2}}{\sin \frac{k\Delta r}{2}} \right)^2.$$

II 3. Pojedyncza szczelina

Przegroda zawierająca szczelinę o szerokości a jest oświetlona płaską falą elektromagnetyczną. Podzielmy szczelinę na bardzo wiele bardzo wąskich obszarów (subszczelin) o szerokości du każda. Falę wysłaną z subszczeliny o szerokości du , znajdującej się w odległości u od centrum szczeliny zapiszemy:

$$dE = E_u \cos(\omega t - kr_u),$$

gdzie r_u jest odległością subszczeliny od punktu P. Amplituda fali wysłanej z subszczeliny du zależy od jej szerokości, czyli $E_u = E_0 \cdot du$.



Korzystając z twierdzenia cosinusów w trójkącie ABP zapiszemy

$$r_u^2 = r^2 + u^2 - 2ru \cos(90^\circ - \theta) = r^2 + u^2 - 2ru \sin \theta$$

$$\frac{r_u^2}{r^2} = 1 + \frac{u^2}{r^2} - 2\frac{u}{r} \sin \theta,$$

a ponieważ $u \ll r$, to możemy zaniedbać $\frac{u^2}{r^2}$ jako małą wyższego rzędu, a wtedy

$$\frac{r_u}{r} = \sqrt{1 - 2\frac{u}{r} \sin \theta}.$$

Rozkładając tę funkcję w szereg MacLaurina, czyli $\sqrt{1-x} \approx 1 - \frac{1}{2}x + \dots$, i zaniedbując wyrazy małe wyższego rzędu mamy

$$\frac{r_u}{r} = 1 - \frac{u}{r} \sin \theta \quad \Rightarrow \quad r_u = r - u \sin \theta.$$

Amplitudę dE zapiszemy w postaci:

$$dE = E_0 \cos(\omega t - kr - kus \sin \theta) \cdot du.$$

Fala w punkcie P jest superpozycją fal wysłanych przez wszystkie subszczeliny

$$E_P = \int dE = E_0 \int_{-\frac{a}{2}}^{\frac{a}{2}} \cos[(\omega t - kr) - kus \sin \theta] \cdot du.$$

Ze wzoru na cosinus różnicy kątów wynika, że

$$\cos[(\omega t - kr) - kus \sin \theta] = \cos(\omega t - kr) \cos(kus \sin \theta) + \sin(\omega t - kr) \sin(kus \sin \theta), \text{ czyli}$$

$$\begin{aligned} E_P &= E_0 \cos(\omega t - kr) \int_{-\frac{a}{2}}^{\frac{a}{2}} \cos(kus \sin \theta) du + E_0 \sin(\omega t - kr) \int_{-\frac{a}{2}}^{\frac{a}{2}} \sin(kus \sin \theta) du = \\ &= E_0 \frac{\cos(\omega t - kr)}{k \sin \theta} \sin(kus \sin \theta) \Big|_{-\frac{a}{2}}^{\frac{a}{2}} - E_0 \frac{\sin(\omega t - kr)}{k \sin \theta} \cos(kus \sin \theta) \Big|_{-\frac{a}{2}}^{\frac{a}{2}} \end{aligned}$$

$$E_p = E_0 \frac{\cos(\omega t - kr)}{k \sin \theta} \left[\sin\left(k \frac{a}{2} \sin \theta\right) - \sin\left(-k \frac{a}{2} \sin \theta\right) \right] +$$

$$+ E_0 \frac{\sin(\omega t - kr)}{k \sin \theta} \left[\cos\left(k \frac{a}{2} \sin \theta\right) - \cos\left(-k \frac{a}{2} \sin \theta\right) \right] = 2E_0 \cos(\omega t - kr) \frac{\sin\left(k \frac{a}{2} \sin \theta\right)}{k \sin \theta}$$

lub

$$E_p = E_0 a \frac{\sin\left(k \frac{a}{2} \sin \theta\right)}{k \frac{a}{2} \sin \theta} \cos(\omega t - kr).$$

Wzór na uśrednione w czasie natężenie fali w punkcie P ekranu zapiszemy

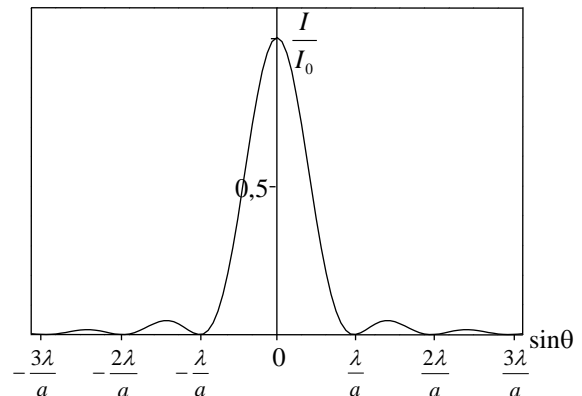
$$I_p \sim \langle E_p \rangle^2 = \frac{1}{2} E_0^2 a^2 \left[\frac{\sin\left(k \frac{a}{2} \sin \theta\right)}{k \frac{a}{2} \sin \theta} \right]^2$$

ponieważ $\frac{1}{T} \int_0^T \cos^2(\omega t - kr) dt = \frac{1}{2}$. Ten sam

wzór możemy zapisać w postaci:

$$I_p = I_0 \left[\frac{\sin\left(k \frac{a}{2} \sin \theta\right)}{k \frac{a}{2} \sin \theta} \right]^2$$

gdzie I_0 jest największą wartością natężenia światła w obrazie dyfrakcyjnym, odpowiadającą **centralnemu maksimum**, bo dla $\theta \rightarrow 0$



$$\lim_{\theta \rightarrow 0} \frac{\sin\left(k \frac{a}{2} \sin \theta\right)}{k \frac{a}{2} \sin \theta} = 1.$$

Kolejne **maksima dyfrakcyjne** występują w miejscach, gdzie $k \frac{a}{2} \sin \theta = (2m+1) \frac{\pi}{2}$, albo

$a \sin \theta = (2m+1) \frac{\lambda}{2}$ ($m = \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots$). Natężenia kolejnych maksimum szybko maleją.

Natężenie pierwszego maksimum bocznego jest równe $I_1 = \frac{4}{9\pi^2} I_0 = 0,045 I_0$, a natężenie

drugiego maksimum bocznego wynosi $I_2 = \frac{4}{25\pi^2} I_0 = 0,016 I_0$ itd.

Gdy argument funkcji sinus będzie równy: $k \frac{a}{2} \sin \theta = m\pi$, gdzie $m = \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots$, to $I_p = 0$. W takich miejscach występują **minima dyfrakcyjne**. Ten sam warunek można zapisać

$$a \sin \theta = m\lambda \quad (m = \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots).$$

Gdy wymiary szczeliny są znacznie mniejsze od odległości przeszkody od ekranu ($a \ll L$) to możemy zastosować przybliżenie

$$\sin \theta \cong \operatorname{tg} \theta = \frac{x}{L}.$$

Położenia minimów dyfrakcyjnych względem centrum wzoru będą:

$$x = \frac{m\lambda L}{a} \quad (m = \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots).$$

Odległość między minimami pierwszego rzędu, tzn. dla $m = -1$ i $m = 1$, wyznacza szerokość centralnego maksimum, czyli zerowego rzędu dyfrakcji:

$$\Delta x = x(m=1) - x(m=-1) = \frac{2\lambda L}{a}.$$

Jest ona dwukrotnie większa od szerokości prążków wyższych rzędów, np. pierwszego

$$\Delta x_1 = x(m=2) - x(m=1) = \frac{\lambda L}{a}.$$

Znajomość długości fali światła oświetlającego szczelinę, odległości szczeliny od ekranu i położenia minimów dyfrakcyjnych pozwala wyznaczyć szerokość szczeliny ze wzoru:

$$a = \frac{m\lambda L}{x} \quad (m = \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots).$$

II metoda - z zastosowaniem liczb zespolonych.

Dzielimy szczelinę na bardzo wiele wąziutkich subszczelin o szerokości du każda. Zespoloną amplitudę fali wysłanej z subszczeliny o szerokości du , znajdującej się w odległości u od centrum szczeliny zapiszemy wzorem: $dE' = E_u e^{i(\omega t - kr_u)}$, gdzie r_u jest odległością subszczeliny od punktu P. Amplituda fali wysłanej z subszczeliny du zależy od jej szerokości, czyli $E_u = E_0 \cdot du$, czyli $dE' = E_0 e^{i(\omega t - kr_u)} du$.

Stosując przybliżenia opisane w powyższej metodzie wyrazimy r_u przez

$$r_u = r - u \sin \theta$$

Amplitudę dE' zapiszemy w postaci:

$$dE' = E_0 e^{i(\omega t - kr - ku \sin \theta)} du.$$

Fala w punkcie P jest superpozycją fal wysłanych przez wszystkie subszczeliny, czyli

$$E'_p = \int dE' = E_0 \int_{-\frac{a}{2}}^{\frac{a}{2}} e^{i[(\omega t - kr) - ku \sin \theta]} du .$$

$$E'_p = E_0 e^{i(\omega t - kr)} \int_{-\frac{a}{2}}^{\frac{a}{2}} e^{-iku \sin \theta} du = -\frac{E_0 e^{i(\omega t - kr)}}{ik \sin \theta} e^{-iku \sin \theta} \Big|_{-\frac{a}{2}}^{\frac{a}{2}} =$$

$$= -\frac{2E_0 e^{i(\omega t - kr)}}{k \sin \theta} \frac{\left(e^{-ik \frac{a}{2} \sin \theta} - e^{ik \frac{a}{2} \sin \theta} \right)}{2i} = E_0 e^{i(\omega t - kr)} \frac{\sin \left(k \frac{a}{2} \sin \theta \right)}{k \frac{a}{2} \sin \theta}$$

Uśrednione w czasie natężenie fali w punkcie P ekranu będzie opisane wzorem

$$I_p \sim E_p \cdot E_p^* = \frac{1}{2} E_0^2 a^2 \left[\frac{\sin \left(k \frac{a}{2} \sin \theta \right)}{k \frac{a}{2} \sin \theta} \right]^2 = I_0 \left[\frac{\sin \left(k \frac{a}{2} \sin \theta \right)}{k \frac{a}{2} \sin \theta} \right]^2 .$$

III metoda – dodawanie graficzne.

Metoda graficznego dodawania zaburzeń wysłanych ze szczeliny o szerokości a jest przedstawiona w podręczniku D. Halliday, R. Resnick, Fizyka tom II, rozdz. 44-4.

Wpływ dyfrakcji na pojedynczej szczelinie na wzór interferencyjny układu szczelin.

Gdy dwie szczeliny o szerokości a każda, znajdujące się w odległości d od siebie, są oświetlone płaską falą elektromagnetyczną, to fale przechodzące przez szczeliny będą ulegały dyfrakcji i jednocześnie będą ze sobą interferowały. W efekcie obraz interferencyjny jest zmodyulowany przez efekt dyfrakcyjny. Maksymalna amplituda natężenia prążków interferencyjnych $I_{0\text{int}}$ będzie określona przez natężenie obrazu dyfrakcyjnego

$$I_{0\text{int}} = I_{0\text{dyf}} \left[\frac{\sin \left(k \frac{a}{2} \sin \theta \right)}{k \frac{a}{2} \sin \theta} \right]^2 ,$$

a wypadkowe natężenie

$$I_p = I_{0\text{int}} \cos^2 \frac{kd \sin \theta}{2} = I_{0\text{dyf}} \left[\frac{\sin \left(k \frac{a}{2} \sin \theta \right)}{k \frac{a}{2} \sin \theta} \right]^2 \cos^2 \frac{kd \sin \theta}{2} .$$